REQUISITOS BÁSICOS PARA OS CONCURSOS

LINK DAS AULAS

Dedicatória:

Dedico esta obra ao grande amigo e mestre Aldo Fenômeno, por tudo que ele contribuiu no meu aperfeiçoamento profissional e acadêmico e na realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Escrever um livro sempre é um esforço que envolve muito mais pessoas além do autor. Gostaria de agradecer a Deus, Senhor da minha vida. Por Sua causa, "Requisitos básicos para os concursos" transformou-se no livro que eu queria que fosse. Obrigado pelo conhecimento, pela força e pela sabedoria.

Meus agradecimentos à minha querida esposa Simone, aos meus filhos Rafael e Nathália que em todo tempo celebra cada projeto que realizo.

Ao meu sobrinho Israel e à minha estimada equipe Degraus que me ajudam na jornada de cada dia.

Aos meus amigos Allan Gomes, Atef, Augusto, André, Cristiano, Macedo e Cândido. Seus esforços diligentes transformaram o meu sonho em realidade.

Apresentação:

Requisitos Básicos é um livro elaborado com objetivo de dar ao estudante uma visão global da matemática, no nível da escola do ensino fundamental e médio, os fundamentos dirigem-se aos alunos em preparativos aos concursos militares, aos exames vestibulares, ao ENEM, aos universitários que necessitam rever a Matemática Elementar e também, como é obvio, à queles alunos do colégio mais interessados em adquirir uma formação mais consistente na área de Matemática para os diversos concursos.

Professor Marcos Antônio Dias

SUMÁRIO

COMO ORGANIZAR SEU TEMPO PARA ESTUDAR

Organização dos estudos

Roteiro de Preparação para seu tempo de estudo

ROTEIRO DE PREPARAÇÃO

- ESTRATÉGIA – dicas
- TÁTICA – passos
- TÉCNICA – organização
- ESTILO DE APRENDIZAGEM

ESTRATÉGIAS (dicas)

1. **ALVO:** Metas até o final do curso

2. **PRAZO:** Longo prazo

3. **INSTRUMENTO:** "Bússola" (onde se quer chegar)

4. **TEMPO DE ESTUDO:** Planejamento

ESTRATÉGIAS (dicas)

- Identifique o que o motiva a estudar.
- Faça um Planejamento de Estudos de longo prazo (definição da sua meta).
- Faça um Planejamento de Estudos de médio prazo (definição dos objetivos que vão ajudá-lo a alcançar sua meta).
- Faça um Planejamento de Estudos de curto prazo (horário de estudos).

TÁTICAS (passos)

1. **ALVO:** Objetivos mensais e semanais
2. **PRAZO:** Médio e curto prazos
3. **INSTRUMENTO:** Calendário
4. **TEMPO DE ESTUDO:** Programa mensal e semanal de estudo

TÁTICAS (passos)

MATERIAL: Todo seu material de estudo deve estar reunido e próximo ao local de estudo.

TEMPO: Todo tempo de estudo, ainda que mínimo, é importante.

REVISÃO: Sempre revise a matéria.

INTERLOCUTORES: Converse com alguém sobre o que você está estudando. Assim você poderá tirar dúvidas, aprofundar a matéria e revisá-la enquanto discute com alguém.

TÁTICAS (passos)

SONO: Tenha um período de sono regular e suficiente para seu descanso.

ERGONOMIA: Verifique se sua posição de estudo está confortável.

LOCAL: O lugar de estudo deve ser silencioso, com temperatura agradável.

LEVANTAMENTO: Faça um levantamento de todas as disciplinas que você precisa estudar.

LEITURA: Reúna o material que será lido e estudado.

TÉCNICAS (ORGANIZAÇÃO)

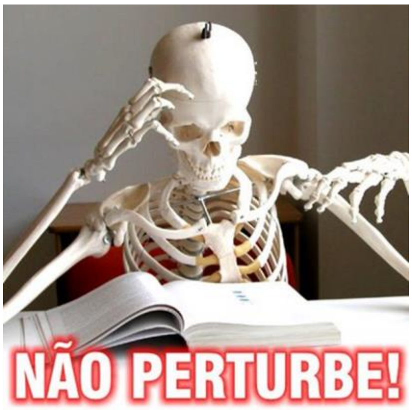
1. ALVO: COMPROMISSOS DIÁRIOS

2. PRAZO: CURTÍSSIMO PRAZO

3. INSTRUMENTO: RELÓGIO

TÉCNICAS (organização)

Avise as pessoas de sua casa que você vai estudar e que você não quer ser incomodado.
Estude sempre no mesmo lugar.
Antes de começar a estudar lembre daquilo que o motiva a estudar.
Beba água antes, durante e depois do estudo.
Estude aquilo que estava previsto no horário.
Faça intervalos regulares durante seu período de estudo.
Não estude disciplinas parecidas num mesmo período de estudo, uma atrás da outra.
Faça anotações coloridas nos textos de estudo ou nos seus cadernos.
Estude as matérias mais difíceis e mais chatas nos horários em que você estiver mais desperto e mais descansado.
As matérias que você mais gosta estude nos horários em que você está mais cansado.
Utilize a tecnologia para incrementar seu estudo.
Revise a matéria ao fim do período de estudo.



O QUE PODE ATRAPALHAR?

. A TELEVISÃO

. APARELHOS ELETRÔNICOS

. ESTUDAR MUITO TEMPO sem intervalos de descanso. Pois o rendimento cai e você não aproveita o tempo de estudo ao máximo.

. Deixar de fazer as revisões.

. Não estude matérias parecidas, uma depois da outra. Você poderá confundir os tópicos.

TÉCNICAS (organização)

PROCEDIMENTO 1

- **Dormir muito bem**
- Se puder, não diminua seu tempo de sono.
- Enquanto você dorme, ocorre o tratamento e a fixação das informações mais importantes assimiladas durante o dia.
- Oito horas de sono é o tempo médio.

TÉCNICAS (organização)

PROCEDIMENTO 2

- **Dormir muito bem**
- Se puder, não diminua seu tempo de sono.
- Enquanto você dorme, ocorre o tratamento e a fixação das informações mais importantes assimiladas durante o dia.
- Oito horas de sono é o tempo médio.

TÉCNICAS (organização)

PROCEDIMENTO 3

Estudar não deve ser urgente.

- Não se estuda com pressa.
- Ninguém tem tempo para estudar, mas, na véspera da prova, encontra 4, 5, 8 horas para estuda

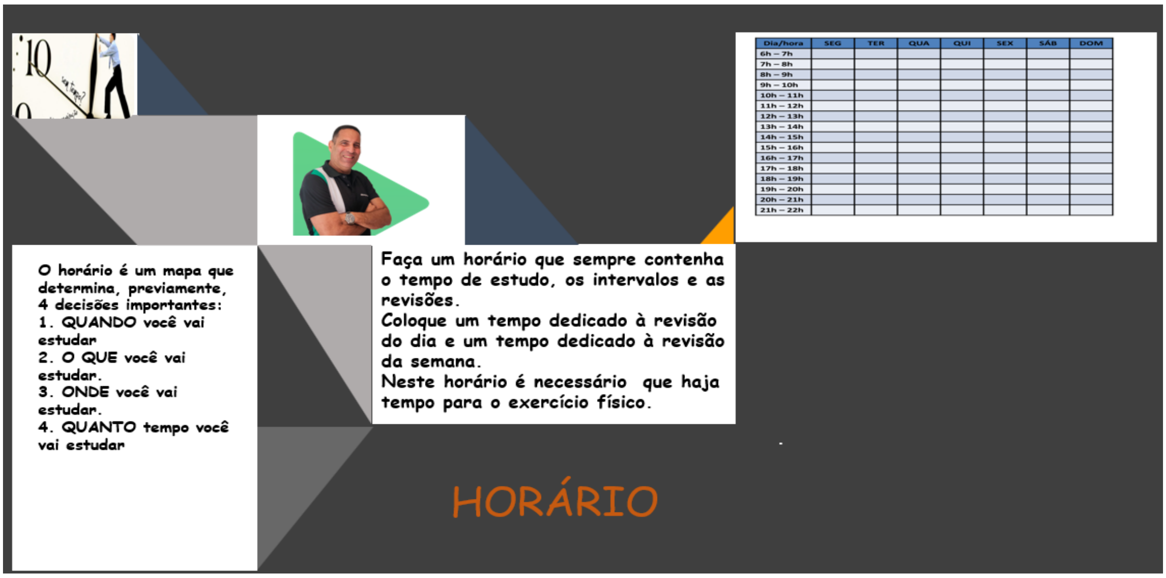
TÉCNICAS (organização)

PROCEDIMENTO 4

Para estudar melhor, faça um quadro de horário.

Faça um horário bastante minucioso.

Depois você deve fazer um horário dedicado exclusivamente ao tempo de estudo. Faça um horário que sempre contenha o tempo de estudo, os intervalos e as revisões. Coloque um tempo dedicado à revisão do dia e um tempo dedicado à revisão da semana.



HORÁRIO DE ESTUDO

Reserve um horário para fazer baterias de exercícios. Sempre tenha horários para fazer exercícios de múltipla escolha, provas do seu concurso, etc... Estes exercícios devem ter respostas para que possam ser corrigidos por você mesmo. Anote seus resultados e dê nota para você mesmo. Com isto você poderá perceber seu avanço.

Se você frequenta filas de banco, salas de espera, ônibus, diariamente, aproveite estes lugares sobretudo para fazer a revisão da matéria estudada. Esta revisão pode ser feita através da leitura de suas anotações ou através da audição de aulas gravadas.

Se o sono chegar durante seu horário de estudo? Não fique lutando contra o sono. Se você conseguir cochile um pouco. Ou levante-se, faça um alongamento, espreguice-se, tome água. Faça uma caminhada rápida pela casa e retorne ao estudo.

Evite estudar durante as madrugadas.

Durante seu tempo de estudo você deverá...

1. Fazer as leituras exigidas e necessárias.
2. Sempre fazer anotações e esquemas.
3. Fazer exercícios de fixação do tipo questionário

Memória e aprendizagem

Condições ambientais adequadas

Estou com sono? Estou legal para estudar?

Relacionar a novidade com algo que você já sabe
Pergunte-se: o que eu já sei a respeito disto?

Fazer anotações

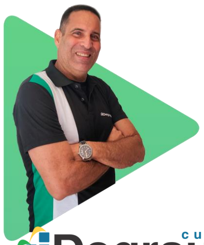
anote a aula;

anote pontos importantes da leitura;

anote suas dúvidas

Em sala de aula, antes do professor começar a ensinar, reveja o que ele deu na aula anterior.

Os intervalos: você aprende mais no começo e no fim!



Os estilos de aprendizagem são maneiras que uma pessoa utiliza para conseguir aprender o que lhe é proposto

ESTILO DE APRENDIZAGEM

ESTILOS DE APRENDIZADOS

VISUAL (ver e ler)

Aprende ouvindo as palavras faladas e através de explicações visuais.

Não precisa de tanta explicação oral como um aprendiz auditivo, e consegue muitas vezes aprender sozinho com o figuras.

Toma notas de aulas expositivas, palestras e instruções visuais, usando canetas de várias cores, tem o habito de usar caneta marca texto

AUDITIVO (ouvir e falar)

Aprende ouvindo as palavras faladas e através de explicações orais..

Pode se lembrar de informações lendo-as em voz alta, ou movendo seus lábios enquanto lê, especialmente quando está estudando matéria nova.

Beneficia-se de ouvir gravações, palestras, e discussões em classe.

Também se beneficia de produzir gravações para ouvi-las depois, de ensinar para os colegas, e de conversar com o professor. .

CINESTÉSICO (tocar e fazer)

Aprende melhor pela experiência, envolvendo-se .

fisicamente nas experiências de sala de aula.

Lembra-se bem de informações quando participa ativamente de atividades, aulas de campo, e de dramatizações durante a aula

Combinações de estímulos – por exemplo, uma gravação em áudio juntamente com uma atividade – ajudarão a compreender matéria nova.

	VISUAL	AUDITIVO	CINESTÉSICO
COMO SE APRENDE?	VENDO, SENDO CAPAZ DE FAZER UMA IMAGEM IMEDIATA DO QUE ESTÁ RECEBENDO COMO INFORMAÇÃO.	OUVINDO, SENDO CAPAZ DE MONTAR UMA HISTÓRIA COM A INFORMAÇÃO QUE ESTÁ RECEBENDO.	FAZENDO OU EXECUTANDO, SENDO CAPAZ DE GUIAR-SE PELA EXPERIÊNCIA MOTORA.
O QUE DISTRAI A SUA ATENÇÃO?	ESTILOS VISUAIS EM DEMASIA OU CONFLITANTE. GRANDE NÚMERO DE INFORMAÇÕES RECEBIDAS.	RUÍDOS DE FUNDO. ESTÍMULOS AUDITIVOS DADOS RAPIDAMENTE PARA SEREM CONVERTIDOS EM INFORMAÇÕES AUDITIVAS.	ESTÍMULOS CONFLITANTES VISUAIS E/OU AUDITIVOS. SER IMPEDIDO DE MOVER-SE OU FAZER ALGO.

Estilo de aprendizagem | Minha vaga está garantida, e a sua ?

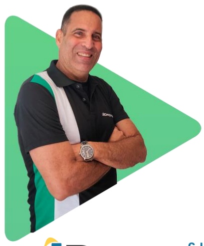
.

O CORPO ALCANÇA O QUE A MENTE ACREDITA

DEGRAUS CONCURSOS

WWW.DEGRAUSCONCURSOS.COM.BR

FIM.



APROFUNDANDO OS CONHECIMENTOS COM OS BIZUS DO PROF MARCOS

OBS: Radicais alternados simples:

$$\sqrt{a-\sqrt{a+\sqrt{a-\cdots\dots\dots\dots\infty}}}=\begin{cases}\dfrac{1+\sqrt{1+4a}}{2}, 0<a\le 1\\ \dfrac{-1+\sqrt{4a-3}}{2}, a>1\end{cases}$$

Obs: Radicais Alternados de termos consecutivos:

$$\sqrt{a(a+1)-\sqrt{a(a+1)+\sqrt{a(a+1)}}}=a\ \forall a>0$$

B1. Observe que o índice do radical é 3, então pode usar a formula abaixo

$$\sqrt[3]{A\pm B\sqrt{C}}=\sqrt{\frac{B-C}{3}}\pm\sqrt{C}$$

Exemplo : $\sqrt[3]{38-17\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{17-5}{3}}-\sqrt{5}\ \therefore\ \sqrt{4}-\sqrt{5}=2-\sqrt{5}$-

B2. Radical duplo quadrado perfeito $\sqrt{A\pm B\sqrt{C}}\Longrightarrow$
$\sqrt{A-C}, \textit{é só verificar se o resultado é um quadrado perfeito.}$
Exemplo:

a) $\sqrt{55+14\sqrt{6}}=\sqrt{55-6}=\sqrt{49}=a\ resposta\ será\ 7-\sqrt{6}$

b) $\sqrt{70+16\sqrt{6}}=\sqrt{70-6}=\sqrt{64}=resposta\ 8-\sqrt{6}$

c) $\sqrt{23+8\sqrt{7}}=\sqrt{16}=resposta\ 4+\sqrt{7}$

B3. $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ $\therefore$ B é múltiplo de 4, e atende as condições: $A^2 > B$, e B não é quadrado perfeito.

Então basta seguir os passos:

Soma: sempre será o A

Produto: $\frac{B}{4}$

O resultado você terá que achar dois números cujo a soma é A e o produto $\frac{B}{4}$

Exemplo 1: $\sqrt{5 + \sqrt{24}}$

Observe que $5^2 > 24\ e\ 24\ não\ é\ quadrado\ perfeito, então\ basta\ seguir\ os\ passos$:

Soma: 5

Produto: 6

Agora achar dois números que a soma é 5 e o produto é 6? Sua resposta (2 e 3).

Sua resposta será $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

Exemplo 2: $\sqrt{7 - \sqrt{48}}$

Soma: 7

Produto: 12

gora achar dois números que a soma é 7 e o produto é 12? Sua resposta (3 e 4).

Sua resposta será $\sqrt{3} - \sqrt{4} = 2 - \sqrt{3}$

B4. Radical duplo o B não é múltiplo de 4.

E só seguir o mesmo raciocínio só que agora você terá que multiplicar o A e o B por 4 e não esquecer de dividir por 2 o resultado encontrado:

Exemplo 1: $\sqrt{3 - \sqrt{5}}$

Soma: 12

Produto: 20

Agora achar dois números cujo a soma é 12 e o produto é 20? Sua resposta (2 e 10).

Sua resposta será $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2}$

B5. Achar a raiz quadrada de qualquer número quadrado perfeito de 0 a 1.000.000.

Exemplo1: Achar a raiz quadrada de $\sqrt{729}$?

Siga os passos: 1º corte o penúltimo número: 2, sobrou 7 e 9, ok? Agora você faz a seguinte pergunta, o 9 é final de quadrado perfeito? Sua resposta sim, então, qual o número que você eleva ao quadrado e dá resultado 9? Resposta 3. Pronto agora faz a mesma pergunta para o 7, existe algum número que elevado ao quadrado me dá o resultado 7? Sua resposta será não, então, você tem que achar um número que elevado ao quadrado vai chegar mais próximo do 7, mas não pode passar, ok? Resposta 2, pois $2^2 = 4$.

Agora veja a resolução abaixo:

1º repete o 2 e no 3 faz a diferença para 10

Ou a sua resposta é 23 ou 27, ok? Agora pega o sucessor do 2 e multiplica 2 . 3 = 6, volta na sua raiz e faz a seguinte pergunta o 7 é maior ou menor que o 6? A sua resposta será MAIOR, então, quem é maior o 23 ou 27? Você com certeza vai responder o 27, logo sua resposta será sem chance de errar 27

$\sqrt{\underset{\substack{2\\2}}{\underbrace{7}}\;2\;\underset{\substack{3\\7}}{\underbrace{9}}}$ = **27** (resultado em uma linha)

Exemplo2: $\sqrt{15129}$

$\sqrt{\underset{\substack{12\\12}}{\underbrace{151}}\;2\;\underset{\substack{3\\7}}{\underbrace{9}}}$ = **27** (resultado em uma linha)

12x 13(sucessor) = 156

Faz a pergunta 151 é maior ou menor que 156? Resposta menor, então quem é menor 123 ou 127? Logo a resposta será 123.

B6. Raiz cúbica de qualquer número cubo perfeito de 0 a 1000.000.

Observe sempre a unidade dos radicando, ok?

Escolha o número $\sqrt[3]{216}$ e faz a pergunta, o 6 é final de quadrado perfeito? Sua resposta será SIM, então é só repetir o 6, ok?

Agora vamos escolher outro $\sqrt[3]{512}$, faz a pergunta, o 2 é final de quadrado perfeito? Sua resposta será NÃO, então é só fazer a diferença para 10 (10-2=8) , ok?

Aluno agora faz o restante.

$\sqrt[3]{8}$ =

$\sqrt[3]{27} =$

$\sqrt[3]{64}$ =

$\sqrt[3]{125}$ =

$\sqrt[3]{216}$= 6

$\sqrt[3]{343}$=

$\sqrt[3]{512}$ =8

$\sqrt[3]{729}$=

$\sqrt[3]{110.592}$=

$\sqrt[3]{250.047}$=

$\sqrt[3]{373.248}$=

$\sqrt[3]{551.368}$=

Vamos elevar a dificuldade $\sqrt[3]{195112} = 58$

Observe os passos, ok?
1º corte o penúltimo e o antepenúltimo, vai sobrar 195 e 2, ok?
Faz a pergunta o 2 é final de quadrado perfeito? Resposta NÃO, então faz a diferença para 10 (10-2) = 8.

2º 195, faz a seguinte pergunta, qual o número que vou elevar ao CUBO e vai chegar mais próximo do 195, você concorda que é 5 ($5^3 = 125$), logo a sua resposta sem medo de errar 58

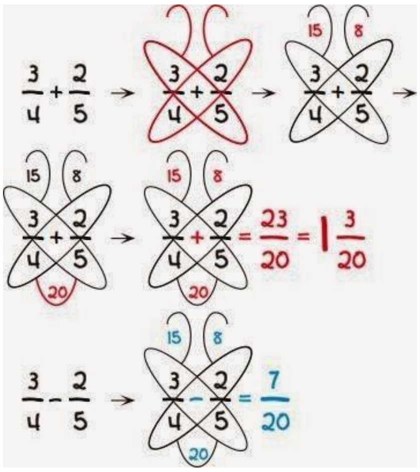
B7. Divisão pelo método da costura

1260÷7=

$$\underbrace{12}_{7}\,\overbrace{\underbrace{6}_{56}}^{5}\,\overbrace{0}^{0} \div 7 = 180$$

Assista o vídeo dos Bizus e treine esse método vai agilizar seus cálculos.

B8. Resolver frações pelo método da borboleta



B9. Achar o Determinante de uma Matriz 3x3

A= $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ = ?

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} =$$

0+4+5= 9

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

3+0+40

Logo o Det= 9-43 = -34

B10. Dividir qualquer número por 9

a) $738 \div 9 = 82$

Se o número a ser dividido tiver o formato Centena Dezena Unidade, neste caso basta olhar a unidade e fazer a diferença para 10. Nesse caso 10-8 = 2.

Agora você faz a pergunta, acima do 73, qual o número que termina em 2? Sua resposta será 82, como você já tem o 2 é só colocar o 8. Logo a sua resposta será 82

Observe que o próximo exemplo 74915÷9, o número não é divisível por 9.

Vejamos: 7+4+9+1+5 = 26

E agora professor? Simple, você vai dividir $\frac{26}{9} = 2 \; e \; resto \; 8$

Somente na primeira vez você corta o 2

7 4 9 1 5 (corta o 5) = 8323
2 (quociente da divisão)

Agora é só somar 7+4+9+2 = 23 (coloca o 3 no final) e o 2 usa no próximo

7 4 9 1 5
2 2

Soma 7+4+9+1+2 = 22(coloca o 2 no a esquerda do 3) e o 2 usa no próximo

Soma 7 4 9 1 5
2 2 2

Soma 7 + 4 +2= 13(coloca o 3 a esquerda do 2) e o 1 usa no próximo

Soma 7 4 9 1 5
1 2 2 2

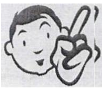
Soma: 7 + 1 = 8

o número que vem após a virgula será o resto da divisão 8

Concluímos 8323,88888......

Observação: Na dúvida assiste a aula Bizus do Marcão

B11. RESOLVA AS EQUAÇÕES



A) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ \ldots..}}}}} = 3^{\frac{31}{32}}$

Bizu: conte quantas vezes está repetindo o radicando 3, resposta 5, ok?
Agora eleve o índice da raiz ao número encontrado da repetição do radicando $2^5 = 32$, logo sua resposta, $3^{\frac{32-1}{32}}$ ou seja $3^{\frac{31}{32}}$

a) $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots\ldots}}} = 3$

Simples, mas você tem que seguir a regra pegue a multiplicação de números primos na sequência.
Ex: tem que seguir a sequência

0x1	0
1 x 2	2
2x 3	6
3x4	12
4x5	20
5x6	30
6x7	42
7x8	56
8x9	72

6 = 2 x 3 , então observe o sinal da sequência (+), sua resposta será o maior 3

b) $\sqrt{20-\sqrt{20-\sqrt{20\ \ldots}}}$ = 4

20 = 4x5 =20, então observe o sinal da sequência (-), sua resposta será o menor 4

B12. Resolver qualquer Sistema com duas incógnita

$$\begin{cases}2X+3Y=8\\3X+2Y=7\end{cases} \quad = x=\frac{16-21}{4-9}=\frac{-5}{-5}=\mathrm{x}=1$$

Faz o V da vitória, quem vai não volta?

B13. Dividir qualquer número por "2"

a) $\underbrace{7}_{3,5}\,\underbrace{4}_{2}\underbrace{8}_{4}\,\underbrace{3}_{1,5}\,\underbrace{5}_{2,5}\,\underbrace{7}_{3,5}\,\underbrace{3}_{1,5}$ ÷2 =3741786,5

onde aparecer o 5 soma com o próximo

B) 3579483÷2 = ? seu aluno

B14. Multiplicar dois números entre 10 e 19 (inclusive)

$\overbrace{\underbrace{1}3}\times 1\,\underbrace{6}=208$

Multiplica as unidades 3x6 =18 pega o 8

Soma a dezena da primeira parcela mais a unidade da segunda 13+6 +1=20

B15. Dividir qualquer número por 5

Bizu! Dobra, dobra, dobra e anda uma casinha para esquerda 3250

Ex. $\overbrace{1}^{3}\overbrace{6}^{2}\overbrace{2}^{5}\overbrace{5}^{0,}\overbrace{0}^{0}$

B16. Multiplicar qualquer número por 11

Abre os extremos e soma os meios

Ex: 3243215 x 11 = $\underbrace{(3+2)}_{5}$ + $\underbrace{(2+4)}_{6}$+ $\underbrace{(4+3)}_{7}$+ $\underbrace{(3+2)}_{5}$+$\underbrace{(2+1)}_{3}$)+ $\underbrace{(1+5)}_{6}$=

35.675.365

B17. Multiplicar qualquer número por 15

Divide por 2 soma com o número e acrescenta um zero

Ex: $\underbrace{3}_{1,5}\,\underbrace{4}_{2}\,\underbrace{5}_{2,5}\,\underbrace{6}_{3}\times 15$= 1728+3456 = 51840

B18. Multiplicar qualquer número por 5

Basta dividir o número por 2 e acrescentar um zero

Ex: $\underbrace{3}_{1,5}\underbrace{4}_{2}\underbrace{2}_{1}\underbrace{1}_{0,5}\underbrace{3}_{1,5}\underbrace{5}_{2,5} \times$ **5 =1710675**

B19. Elevar qualquer número ao quadrado

Eleva o $(3)^2 = 09$, agora eleva $(2)^2 = 04$, agora você escreve o número 0904

Dando prosseguimento multiplica 2x3x2=12, deixa sempre a unidade vazia

some 0904

+ 12

1024

$(32)^2$= 1024

B20. Polígonos Regulares Inscritos e Circunscritos

Esse bizu você poderá assistir o vídeo é fantástico.

Poligonos	l	L	a	A
▲				
■				
⬢				

B21. Como Calcular o ângulo formado pelo ponteiro do relógio $\theta = \left|\frac{60.hora - 11minuto}{2}\right|$

B22. Só bizu !!! percentagem-

Marcio comprou uma geladeira por R$ 4.700,00, sendo que o gerente da loja deu um desconto de 43%. Quanto foi esse desconto sofrido no valor original da geladeira?

O bizu só funciona nesse caso! Observe se as dezenas tanto da porcentagem e do valor são iguais 4, agora veja se a soma das unidades + centena soma 10 (3+7), a dezena e a unidade for zero. Então vale o bizu! Pega o Sucessor do 4 é 5, então 4x5=20 e 3x7=21. logo a sua resposta R$ 2021,00

B23. Calcule $\underset{bizu\ multiplica\ o\ 5\ pelo\ sucessor\ e\ 3\ por\ 7}{53\%\ \ de\ R\$\ 5.700{,}00}$

5x6=30 e 3x7=21, logo a resposta R$3021,00

B24.Determine 32% de R$ 3.800,00

3x4 =12 e 2x8=16, logo R$1216,00

B25. Calcule $(20\%)^2$ = $2^2 = 4\%$

B26. Calcule $\sqrt{25\%}$ = 5,

Bizu! calcula a raiz do número no radicando, acrescenta zero e o símbolo %. Sua resposta 50%

B26. Resolva a expressão $\sqrt{36\%} + \sqrt{64\%}$

Simples acha as raízes dos radicandos e acrescenta um zero e o percentual 60%+80%= 140%

B27. Resolva $(30\%)^2 + (40\%)^2$

$(3)^2 = 9\%$,

$(4)^2 = 16\%$

$resposta\ 25\%$

B28. Quanto é 32% de R$ 5.835

Bizu! Retira o símbolo de porcentagem e divide o valor por 100.

32 x R$58,35 = 1867,2

Ex2: 48% de R$ 3.500,00

48 x 35 = 1680

B29. Esse próximo bizu vai te ajudar em vários exercícios propostos neste material.

a) $x + \frac{1}{x} = n$	d) $x^4 + \frac{1}{x^4} = n^4 - 4n^2 + 2$
b) $x^2 + \frac{1}{x^2} = n^2 - 2$	e) $x^5 + \frac{1}{x^5} = n^5 - 5n^3 + 5n$
c) $x^3 + \frac{1}{x^3} = n^3 - 3n$	f) $x^6 + \frac{1}{x^6} = (n^3 - 3n)^2 - 2$

Guarde essas fórmulas com muito carinho no seu caderno

B30. Como resolver problemas de Regra de 3 simples e compostas.

Exemplo: Se 25 pessoas, trabalhando 10 h por dia, abriram um canal de 238 m de comprimento em 17 dias. Quantas pessoas serão preciso para abrir 686 m do mesmo canal em 25 dias, trabalhando 7h?

Bizu do Prof Marcão: nesses tipos de problema basta você pegar os menores resultados, então sua resposta será: NPessoa= 7x10 = 70

Agora vamos aprende como se resolve sem errar

	processo		Produto Final
pessoas	Horas/dia	Tempo	Quant metros construídos
25	10	17	238
X	25	7	686

$$X \frac{25x10x17x686}{25x7x238} = 70$$

B31. Cálculo da Raiz aproximada:

$$\left\{\sqrt{n} \cong \frac{n+Q}{2\sqrt{Q}}\right. \qquad \begin{cases} n = número\ dado \\ Q = Quadrado\ perfeito\ mais\ próximo \end{cases}$$

Calcule a raiz aproximada de $\sqrt{17}$?

$$\sqrt{17} \cong \frac{17+16}{2.\sqrt{16}} = \frac{33}{8} \cong 4{,}125$$

B32. Como calcular os dias da semana em qualquer data?

$$K = d + 2m + \left[\frac{3(m+1)}{5}\right] + a + \frac{a}{4} + \frac{a}{400} - \frac{a}{100} + 2$$

O valor encontrado K divide por 7, do resultado observe o resto

0 = Sab	1 = Dom	2 = Seg	3 = ter
4 = Qua	5 = Qui	6 = Sex	

RELEMBRANDO OS CONHECIMENTOS

POTENCIAÇÃO

POTENCIAÇAO é uma forma de representação da multiplicação.

$\boxed{a^n = p}$ *onde a=base, n=expoente e p=potência ou resultado*
(A base multiplicada por ela mesma o número de vezes indicado pelo expoente)

Exemplo: $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ *(3 multiplicado por ele próprio 4 vezes)*

Principais Regras e Propriedades

Principais Regras e Propriedades	
• $a^0 = 1$ (sendo $a \neq 0$)	Ex: $7^0 = 1$; $(-3)^0 = 1$
• $a^1 = a$	Ex: $11^1 = 11$; $(-8)^1 = -8$
• $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Ex: $4^{-2} = 1/4^2 = 1/16$;
• $a^m . a^n = a^{m+n}$	Ex: $3^5 . 3^2 = 3^7$ (Obs: potências de mesma base)
• $a^m : a^n = a^{m-n}$	Ex: $3^5 : 3^2 = 3^3$; $2^6/2^3 = 2^3$ (Obs: potências de mesma base)
• $(-a)^{par} = +p$	Ex: $(-4)^2 = +16$ (todo nº negativo elevado ao expoente par é sempre positivo)
• $(-a)^{ímpar} = -p$	Ex: $(-4)^3 = -64$ (todo nº negativo elevado ao expoente ímpar é sempre negativo)
• $(a.b)^n = a^n . b^n$	Ex: $(3x)^2 = 3^2.x^2 = 9x^2$
• $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	Ex: $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$ (o que está por cima fica por dentro; o que está por baixo fica por fora)
• $(a^m)^n = a^{m.n}$	Ex: $(2^2)^3 = 2^6$
• $-a^n \neq (-a)^n$	Ex: $-3^2 = -9$ (só o 3 está sendo elevado ao quadrado); $(-3)^2 = 9$ (o -3 está sendo elevado ao quadrado).

Degraus curso

PRODUTOS NOTÁVEIS

PROPRIEDADES	FÓRMULAS
P_1	$(a+b)^2 = a^2$+2ab+b^2
P_2:	$(a-b)^2 = a^2$-2ab+b^2
P_3:	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
P_4:	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
P_5:	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
P_6:	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
P_7:	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
P_8:	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$
P_9:	$(\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c})^3 = \mathrm{a}^3 + \mathrm{b}^3 + \mathrm{c}^3 + 3(\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c})(\mathrm{ab}+\mathrm{ac}+\mathrm{bc}) - 3\mathrm{abc}$
P10	$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \dfrac{b^3 - 3abc - 3a^2d}{2a^3}$

FATORAÇÃO

P1. FATOR COMUM $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{6}x = \sqrt{2}x(x + \sqrt{3})$

P2. AGRUPAMENTO *Ex 2:* $6ax^2 + 3bx - 2ayx - by$

P3. DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS $x^2 - 4 = (x + 2) . (x - 2)$

P4. TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO Ex.: $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

P5. TRINÔMIO DO 2º GRAU **Ex 1:** $x^2 - 5x + 6 = (x_1 - 2)(x_2 - 3)$

Ex 2: $y^2 - 10y - 24 = (y_1 + 2)(y_2 - 12)$

POLINÔMIO

EXPRESSÕES
- *RACIONAIS.*
  - *INTEIRAS.* → *POLINÔMIO*
    $Ex: \frac{2X+3}{2}$
  - *FRACIONÁRIAS.*
    $\frac{3X+2}{2X}$

  $Ex: 3x^2 + 1.$
- *IRRACIONAIS.*
  $Ex: 3\sqrt{x+2}$

É muito importante para o aluno esse conteúdo.

 **Professor, o que eu preciso saber sobre polinômio?**

GRAU DO POLINÔMIO

É O TERMO DE MAIOR GRAU: $\underbrace{3x^2}_{1o\ termo} + \underbrace{x}_{2o\ termo} + \underbrace{1}_{3o\ termo}$

Ex1: $2x^2+3x+1$;
Ex2: $2x^5y^4z^3+3^4x^3y^2z^2+xyz$

Adição de polinômios

$(-2x^2 + 5x - 2) + (-3x^3 + 2x - 1)$ → eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal
$-2x^2 + 5x - 2 - 3x^3 + 2x - 1$ → reduzir os termos semelhantes
$-2x^2 + 7x - 3x^3 - 3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência
$-3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$

Subtração

$(-2x^2 + 5x - 2) - (-3x^3 + 2x - 1)$ → eliminar os parênteses realizando o jogo de sinal
$-2x^2 + 5x - 2 + 3x^3 - 2x + 1$ → reduzir os termos semelhantes
$-2x^2 + 3x - 1 + 3x^3$ → ordenar de forma decrescente de acordo com a potência
$3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

Multiplicação de polinômio por polinômio

Para efetuarmos a multiplicação de polinômio por polinômio também devemos utilizar a propriedade distributiva. Veja o exemplo:
$(x - 1) * (x^2 + 2x - 6)$
$x^2 * (x - 1) + 2x * (x - 1) - 6 * (x - 1)$
$(x^3 - x^2) + (2x^2 - 2x) - (6x - 6)$
$x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x - 6x + 6$ → reduzindo os termos semelhantes.
$x^3 + x^2 - 8x + 6$
Portanto, nas multiplicações entre monômios e polinômios aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação.

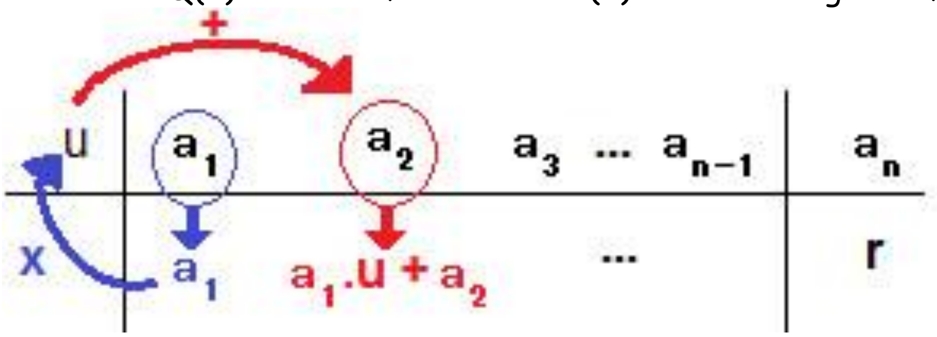
Bizu 1

$(x - 1) * (x^2 + 2x - 6)$

	x^2	$+\ 2x$	$-\ 6$
x	x^3	$2x^2$	$-6x$
- 1	$-x^2$	$-2x$	$+6$

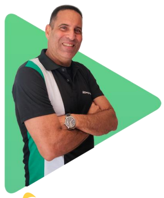
Ao dividir um polinômio P (x) por um polinômio D (x) não nulo, em que o grau de P é maior que D (P > D), quer dizer que devemos encontrar um polinômio Q (x) e R (x), de modo que:

Os coeficientes de P(x) são a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n. A montagem do dispositivo de Briot-Ruffini a partir da raiz de Q(x) e dos coeficientes de P(x) é dada da seguinte forma:



Ex1: $5x^2$-$2x + 1$ por $x + 2$

Ex2: $3x - x^2$+$2x^4 - 4x^3$ por $x^2 + x + 1$



Degraus curso

LINGUAGEM ALGÉBRICA:

* Um número:	X
* O dobro de um número:	$2X$
* O triplo de u número:	$3X$
* O quádruplo de um número:	$4X$
* O quadrado de um número:	X^2
* A metade de um número:	$\frac{X}{2}$
* A terça parte de um número:	$\frac{X}{3}$
* A diferença de dois números:	$X - Y$
* O produto de dois números:	$X.Y$
* O quociente entre dois números:	$\frac{X}{Y}$
* O sucessor de um número:	$X+1$
* O antecessor de um número:	$X-1$
* O quadrado da soma de dois números:	$(X+Y)^2$
* A diferença entre dois quadrados:	X^2-Y^2

COMPLEMENTO

Relação entre as Raízes de uma Equação do 2º Graus $ax^2 + bx + c = 0$, em que temos $a \neq o, b \neq 0\ e\ c \neq 0$

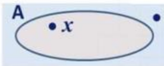
Soma das Raízes $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$	Produto das Raízes $x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$	Soma dos inversos das Raízes $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-b}{c}$	Diferença das Raízes $x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$
Diferença dos inversos das Raízes $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{c}$	Soma dos Quadrados das Raízes $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$	Soma dos inversos dos Quadrados das Raízes $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$	Diferença dos quadrados das Raízes $x_1^2 - x_2^2 = \frac{-b\sqrt{\Delta}}{a^2}$
Diferença dos quadrados dos inversos das Raízes $\frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = \frac{-b\sqrt{\Delta}}{c^2}$	Soma dos Cubos das Raízes $x_1^3 + x_2^3 = \frac{3abc - b^3}{a^3}$	Soma dos Cubos dos Inversos das Raízes $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{3abc - b^3}{c^3}$	Diferença dos Cubos das Raízes $x_1^3 - x_2^3 = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - ac)}{a^3}$
Diferença dos inversos dos Cubos $\frac{1}{x_1^3} - \frac{1}{x_2^3} = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2 - 2ac)}{ac}$	Soma dos Quociente das Raízes $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{b^2 - 2ac}{ac}$	Diferença dos quocientes das Raízes $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{b\sqrt{\Delta}}{ac}$	Soma das Raízes Quadradas das Raízes $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{\frac{-b + 2\sqrt{ac}}{a}}$
Média Aritmética $M_a = \frac{-b}{2a}$	Média Geométrica das Raízes $M_g = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$	Média Ponderada das Raízes $M_p = \frac{-c}{b}$	Média Harmônica das Raízes $M_h = \frac{-2c}{b}$
Desvio Padrão das Raízes $D_p = \pm\sqrt{\frac{c(a-b)^2}{n}}$	Moda das Raízes $Mod = 1 + \left(\frac{ac}{a+b}\right)$	Soma das Raízes elevado ao Produto das raízes $(x_1 + x_2)^{(x_1 x_2)} = \left(\frac{-b}{a}\right)^{\frac{c}{a}}$	Probabilidade entre duas Raízes Reais e Iguais $P_r = \frac{(a+b+c)!}{a^{b!}b^{c!}c^{a!}}$
Média Quadrática Aritmética das Raízes $M_{Qua} = \frac{-4b^2}{ac}$	Média Quadrática Aritmética das Raízes $M_{Qa} = \frac{-b^3}{4a}$	Média Quadrática Geométrica das Raízes $M_{QG} = \pm\sqrt{\frac{2c^3}{a}}$	Média quadrática Harmônica das Raízes $M_{QH} = \frac{-6c^2}{b}$
Média Aritmética Geométrica das Raízes $M_{aG} = \frac{-2abc}{(a+b+c)^n}$	Média Geométrica das Raízes $M_{Ga} = \pm\sqrt{\frac{3bc}{a^3}}$	Média Quadrática Ponderada das Raízes $M_{QP} = \frac{-2b}{3c^2}$	$(p+q+r)^3 = p^3 + q^3 + r^3 + 3(p+q+r)(pq+pr+qr)$

Teoria dos Conjuntos

Noções Primitivas

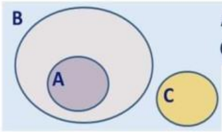
- ***CONJUNTO:** coleção, agrupamento de objetos (chamados de elementos)*
- ***ELEMENTO:** cada objeto ou membro compõe o conjunto*
- ***Conjunto VAZIO** é aquele que não possui elemento algum: $\emptyset$*
- ***PERTINÊNCIA:** relação entre o elemento e o Conjunto*

Dado o conjunto A, indicamos que o elemento x pertence ao conjunto A e o elemento y não pertence a A



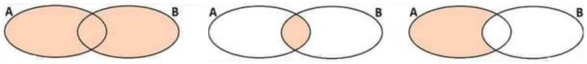
$x \in A$
$y \notin A$

- *Operações com Conjuntos: Um conjunto A é subconjunto de B (A está contido em B) se, e somente se, todo elemento de A pertence também a B*



$A \subset B$
$C \not\subset B$

- $A \subset B$ (A está contido em B),
- $C \not\subset B$ (C não está contido em B)
- $B \supset A$ (B contém A)
- $B \not\supset C$ (B não contém C)



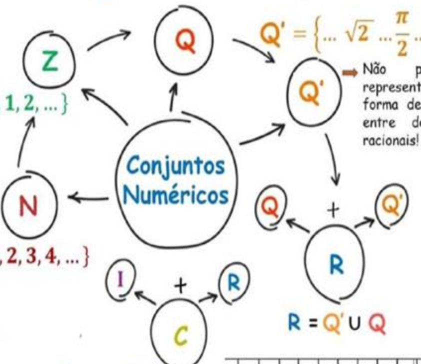
União: A U B
A + B: A ou B

Interseção: $A \cap B$
A x B: A e B

Diferença
A – B

Conjuntos Numéricos

$Q = \left\{\frac{a}{b} \mid a \in Z \text{ e } b \in Z, b \neq 0\right\}$



$Q' = \{\dots \sqrt{2} \dots \frac{\pi}{2} \dots e \dots\}$

Não podem ser representados sob a forma de uma divisão entre dois números racionais!

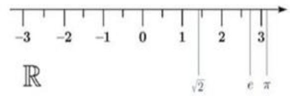
$Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

$R = Q' \cup Q$

- N - Naturais
- Z - Inteiros
- Q - Racionais
- Q' - Irracionais
- R - Reais
- C - complexos

$C = a + b.i,$
a e b são reais, $b \neq 0$
$i = \sqrt{-1}$



Relação de Inclusão

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Expressões Numéricas

PEMDAS

- **P** – Parênteses
- **E** – Expoentes
- **M** – Multiplicação
- **D** – Divisão
- **A** – Adição
- **S** – Subtração

Em matemática, ordem de operações refere-se à convenção que indica a ordem pela qual devem ser realizadas as operações numa expressão numérica. Essa ordem de Resolução sempre da esquerda para direita obedecendo a hierarquia do **P.E.M.D.A.S.**

Qual o resultado da expressão abaixo (1 ou 81?)

$3^3 \div 3 \times (1+2)^2$

$3^3 \div 3 \times (3)^2$

$27 \div 3 \times 9$

(resolva da esquerda para direita)

9×9

81

Algoritmo da Divisão

Vamos começar observando algumas divisões:

$$\begin{array}{r|l} 14 & 5 \\ \hline -10 & 2 \\ 4 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \hline -12 & 4 \\ 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ \hline -12 & 3 \\ 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 6 \\ \hline -18 & 3 \\ 0 & \end{array}$$

Valem as seguintes relações para esses números:

$14 = 5 \cdot 2 + 4$, $12 = 3 \cdot 4 + 0$, $15 = 4 \cdot 3 + 3$ e $18 = 6 \cdot 3 + 0$.

Algoritmo da Divisão

Em geral, em uma divisão, onde $b \neq 0$, temos:

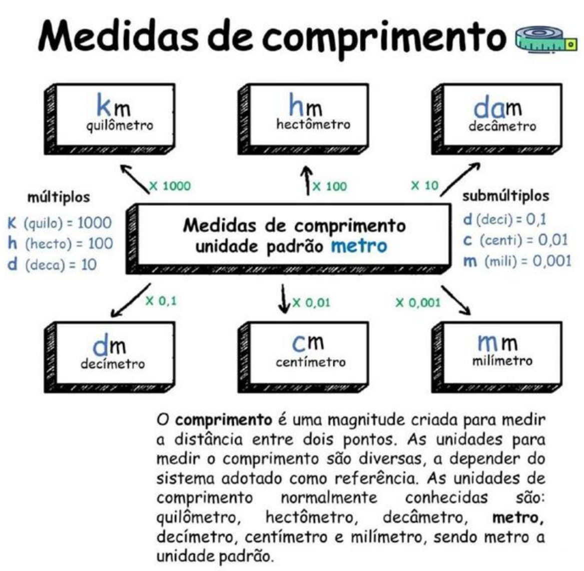
$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

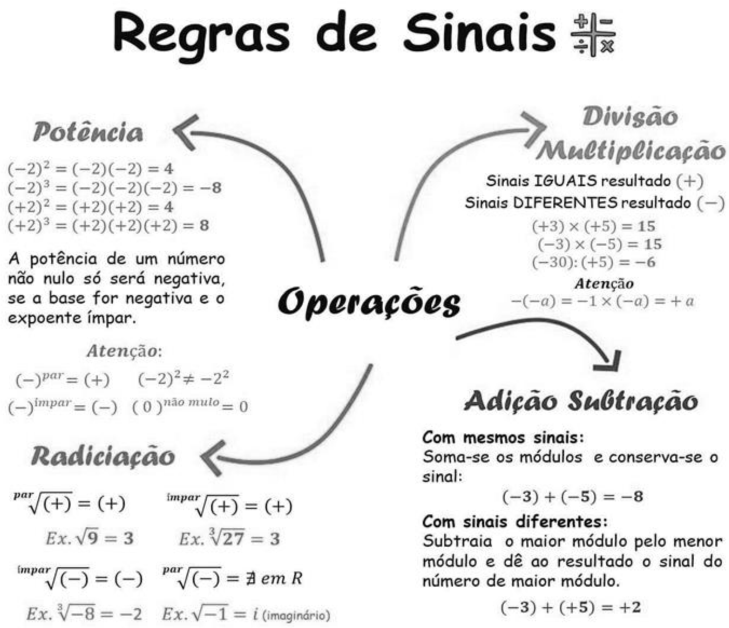
a, b, q e r são chamados dividendo, divisor, quociente e resto, respectivamente, e vale a seguinte relação

$a = b \cdot q + r$, onde $0 \leq r < b$.

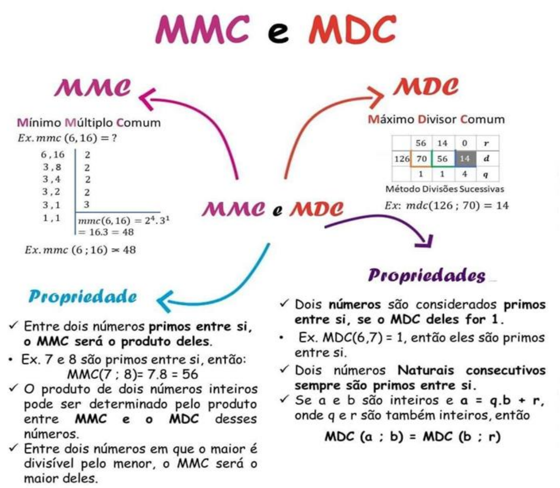
- Quando uma divisão é exata, o resto r é igual a zero e a igualdade podemos escrever que: $a = b \cdot q$. Neste caso, dizemos que a é múltiplo de b, ou que a é divisível por b, ou ainda que b divide a ($b|a$).

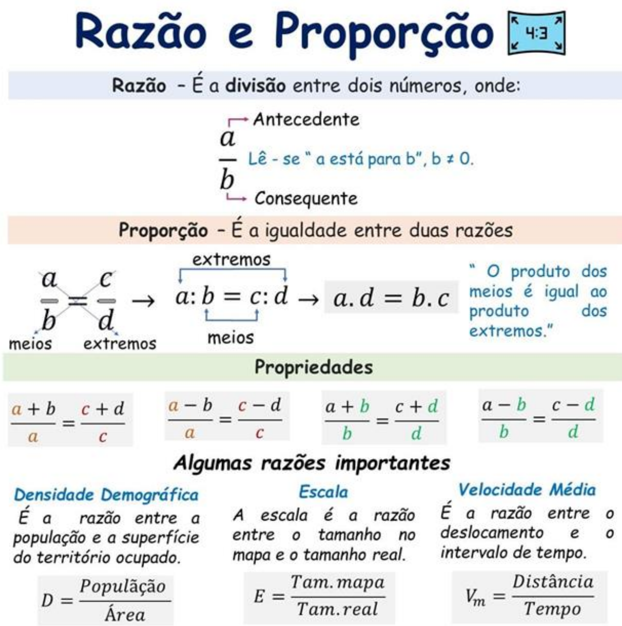
- Quando um número natural tem exatamente dois divisores, ele é chamado número primo, além disso, se um número natural diferente de 0 e de 1 não é primo, dizemos que ele é composto.





COMPLEMENTANDO: O QUE É MMC?
MMC: São os fatores comuns e não comuns elevados aos seus maiores expoentes;
MDC: São os fatores comuns elevados aos seu menor expoente





Porcentagem

As razões de denominador 100 são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou simplesmente de porcentagens.

% → lê-se: "por cento"

Exemplo 1	Exemplo 2	São iguais
$30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3$	10% de $60 = 6$ 60% de $10 = 6$	$x\%$ de y $y\%$ de x

Aumento (A)

$A = x\%$ de p

ex.: sendo p = \$150 um AUEMENTO de 20%:

$A = \frac{20}{100} \cdot 150 = \$30$

Desconto (D)

$D = x\%$ de p

ex.: sendo p = \$150 um DESCONTO de 30%:

$D = \frac{30}{100} \cdot 150 = \$45$

Valor Final (V_F)

Aumento: $V_A = p + A$

Desconto: $V_D = p - D$

$V_A = 150 + 30 = \$180$

$V_D = 150 - 45 = \$105$

Proporcionalidade

Proporcionalidade *- Qualidade de proporcional, do que possui uma relação idêntica com outra coisa, especialmente intensidade, volume, massa etc.*

Proporção direta *- Sejam (a, b, c) e (A, B, C) duas sequências de números não nulos, dizemos que essas sequências serão:*

i) Diretamente proporcionais *se existe um número k tal que:*

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = k$$

ii) Inversamente proporcionais *se existe um número k tal que*

$$a.A = b.B = c.C = k$$

Onde k é chamado de constante de proporcionalidade.

Ex$_1$: Um concreto é obtido misturando - se uma parte de cimento, duas de areia e quatro de pedra. Qual será a quantidade de areia a ser utilizada, se o volume em m³ a ser concretado é de 378 m³? Solução: sendo as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais teremos:

$$\frac{C}{1} = \frac{A}{2} = \frac{P}{4} = k$$

C = k ; A = 2k ; P = 4k

C + A + P = 378 → 7k = 378 → k = 5

quantidade de areia será:

A = 2k = 2.54 = 108m³

Ex$_2$: Uma escola resolveu dividir 33 livros entre Ana (1 falta), Beatriz (2 faltas) e Carla (3 faltas), em partes inversamente proporcionais às suas a faltas em um mês. Quantos livros Beatriz recebeu? Solução: sendo as grandezas são inversamente proporcionais teremos:

$$A \times 1 = B \times 2 = C \times 3 = k$$

$$A = k \; ; \; B = \frac{k}{2} \; ; \; C = \frac{k}{3}$$

$$A + B + C = 33 \rightarrow k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = 33 \rightarrow k = 18$$

B = k/2 = 18/2 → B = 9 livros

Regras de três

Regra de três - é um mecanismo da matemática utilizado para resolver problemas que envolvem **duas ou mais** grandezas que se relacionam de modo **diretamente** ou **inversamente** proporcionais.

A regra de três simples

A regra de três simples, na matemática, é uma forma de descobrir um valor a partir de outros três, divididos em pares relacionados cujos valores têm mesma grandeza e unidade.

A regra de três Composta

Utilizamos para descobrir um único valor a partir de cinco ou mais valores já conhecidos, e tendo em conta que os valores referentes a uma mesma classe de objeto têm de estar na mesma unidade de medida.

Equacionamento

i) Identificar a proporcionalidade entre as grandezas envolvidas

ii) Escreva cada grandeza de modo que a incógnita fique isolada em um dos lados da igualdade na equação.

iii) Inverter a (as) grandeza (as) com sentido (os) oposto (os) ao da incógnita, de modo que todas fiquem no mesmo sentido ao escrever a equação, após equação.

G_1	G_2	G_3
a ↓	c ↓	e ↑
b	d	x

G_3 é inversamente proporcional às demais grandezas:.

$$\frac{e}{x} = \frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c}$$

G_1	G_2	G_3
a ↓	c ↓	e ↓
b	d	x

G_3 diretamente proporcional às demais grandezas:

$$\frac{e}{x} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

Médias

Aritmética

8 , 2

$\frac{10}{2} = 5$

$\overline{M_a} = 5$

Ponderada

8 , 2

$\frac{8.2 + 2.3}{5} = 5$ $\quad P_1 = 2$, $P_2 = 3$

$\overline{M_p} = 4{,}4$

Aritmética

$$\overline{M_a} = \frac{x + y + \cdots z}{n}$$

$n = n^o$ *de termos*

Ponderada

$$\overline{M_p} = \frac{x.P_1 + y.P_2 \ldots z.P_n}{P_1 + P_2 + \cdots P_n}$$

onde $P_1, P_2 \ldots P_n$ *são pesos.*

Geométrica

$$\overline{M_g} = \sqrt[n]{(x)(y)\ldots(z)}$$

$n = n^o$ *de termos* $(x, y \ldots z > 0)$

Harmônica

$$\overline{M_h} = \frac{n}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \cdots + \frac{1}{z}}$$

$n = n^o$ *de termos*

importante:

$$(\overline{M_a} \geq \overline{M_g} \geq \overline{M_h})$$

Geométrica

8 , 2

$\sqrt{8.2} = 4$

$\overline{M_g} = 4$

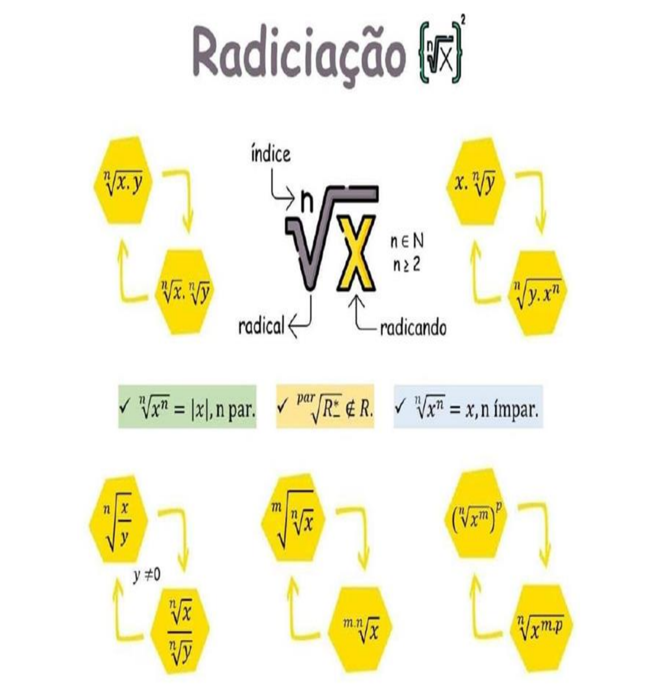
Harmônica

8 , 2

$\frac{2}{\frac{1}{8} + \frac{1}{2}} = 3{,}2$

$\overline{M_h} = 3{,}2$

Média, moda *e* ***mediana*** *são medidas obtidas de conjuntos de dados que podem ser usadas para representar todo o conjunto. A tendência dessas medidas é resultar em um valor central. Por essa razão, elas são chamadas de medidas de centralidade.*



Equação do 1° grau

É toda igualdade em que há pelo menos uma incógnita para representar um valor desconhecido.

Toda equação tem dois membros:

$$\underbrace{5x - 8}_{\text{Primeiro Membro}} = \underbrace{2x + 1}_{\text{Segundo Membro}}$$

Observe que o valor de x que torna a igualdade verdadeira é 3, pois, trocando x por 3 na equação, a igualdade fica verdadeira:

$$5.3 - 8 = 2.3 + 1$$

Dizemos que **x** = 3 é a única **solução** dessa equação. Resolver uma equação é encontrar sua solução.

Exemplo: Vamos resolver a equação 5x – 8 = 3x -12.

$5x - 8 = 3x - 12$ Subtraímos $3x$ de ambos os membros da equação

$-3x$

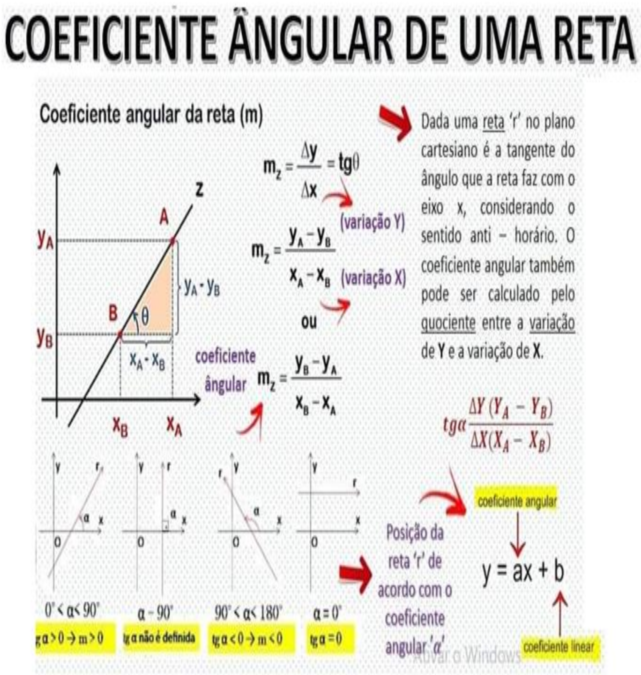
$2x - 8 = -12$ Somamos 8 a ambos os membros da equação

$+8$

$2x = -4$ Dividimos ambos os membros da equação por 2.

$\div 2$

$x = -2$ Encontramos a solução da equação.



Equação do 2° grau x^2

É toda equação definida por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Onde $a \in \mathbb{R}^*$ e $b, c \in \mathbb{R}$.

Raízes da Função - São determinadas pela "Fórmula Resolutiva".

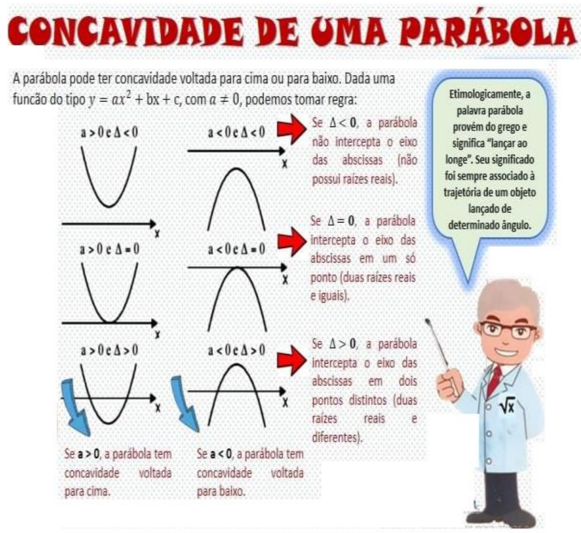
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; \Delta = b^2 - 4ac$$

O discriminante Δ determina a **existência de raízes reais** para a equação, de modo a considerar:

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{, existem raízes reais **distintas**;} \\ \Delta = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{2a} \text{, existem raízes reais **iguais**;} \\ \Delta < 0 \text{, **não existem** raízes reais.} \end{cases}$$

Relação entre coeficientes e as raízes da equação:

$\frac{-b}{a}$ = soma das raízes. $\frac{c}{a}$ = produto das raízes.



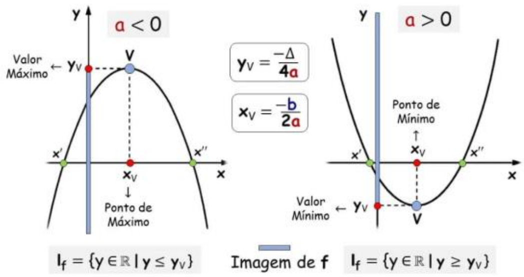
Máximo e Mínimo

Máximo

Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, dizemos que o número y_v é o **valor máximo da função** se $y_v \geq y$ para qualquer $y \in Im(f)$. O número $x_v \in D(f)$, tal que $y_v = f(x_v)$ é chamado **ponto de máximo** da função.

Mínimo

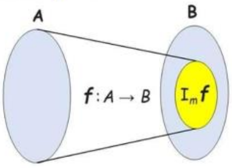
Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, dizemos que o número y_v é o **valor mínimo da função** se $y_v \leq y$ para qualquer $y \in Im(f)$. O número $x_v \in D(f)$ tal que $y_v = f(x_v)$ é chamado **ponto de mínimo** da função.



Funções

"Uma variável **y** se diz **função** de uma variável **x** se, para todo valor atribuído a **x**, corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de **y**. Nesse caso, **x** é a variável independente e **y**, variável dependente."

Dados dois conjuntos **não vazios**, A e B, uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento **x** ∈ A a um único elemento **y** ∈ B.



$f: A \to B$

(lê-se: *f* é uma função de *A* em *B*)

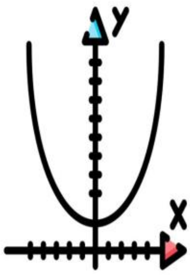
A função *f* **transforma** x de A em y de B. Escrevemos isso assim:

$y = f(x)$

(lê-se: y é igual a *f* de x)

- Dizer que *f* associa "**a cada elemento a ∈ A um único elemento b ∈ B**" significa que nenhum elemento de **A** pode ficar sem imagem, e que um elemento **a** ∈**A** só pode ter uma única imagem.
- Se **a** ∈ **A**, o elemento **b** tal que **b** = **f**(**a**), **b** ∈ **B**, é chamado **imagem** de **a** pela função *f*. Note que a $I_m f \subset B$.
- O conjunto **B** é chamado **contradomínio de f**.
- O conjunto **A** é chamado de **domínio da função**.

Função do 2° grau



é toda função **f** definida por:

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$x \to f(x) = ax^2 + bx + c$

Onde $a \in \mathbb{R}^*$ e $b, c \in \mathbb{R}$.

Raízes da Função

São determinadas pela "Fórmula de Bhaskara".

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; \Delta = b^2 - 4ac$$

(discriminante Δ)

O gráfico é a **Parábola** e sua abertura e intersecções com os eixos, dependerão dos valores **a**, **b** e **c** da função f.

Se **a** > 0, concavidade da parábola é **voltada para cima** e a função apresenta **valor mínimo**.

Se **a** < 0, concavidade **voltada para baixo** e a função apresenta **valor máximo**.

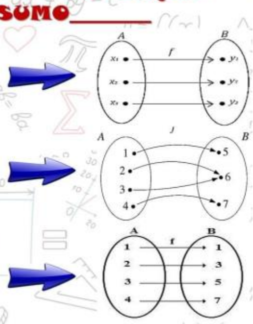
$$\textbf{Vértice (V)} = \left(x_v = \frac{-b}{2a} \; ; \; y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

CONCEITO BÁSICO DE FUNÇÃO
RESUMO

- Essa função é injetora, pois elementos de **B** são "flechados" só uma vez.
- Essa função não é sobrejetora, pois existem elementos sobrando em **B**
- Essa função não é bijetora, pois não é sobrejetora

- Essa função é sobrejetora, pois não sobra elemento em **B**
- Essa função não é injetora, pois existem dois elementos com mesma imagem
- Essa função não é bijetora, pois não é injetora

- Essa função é injetora, pois elementos de **B** são "flechados" só uma vez.
- Essa função é sobrejetora, pois não existem elementos sobrando em **B**
- A função é bijetora, pois é injetora e sobrejetora

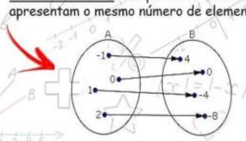


CONCEITO BÁSICO DE FUNÇÃO
FUNÇÃO BIJETORA

#fica a dica

A **FUNÇÃO BIJETORA**, também chamada **BIJETIVA**, é um tipo de função matemática que relaciona cada elemento do domínio A, a um elemento diferente no contradomínio B. Além disto, todo elemento do contradomínio B é imagem de A.

Desse modo, a função **BIJETORA** promove uma correspondência biunívoca, pois os elementos do domínio A ***possuem correspondentes únicos*** no contradomínio B. Importante notar que eles apresentam o mesmo número de elementos.

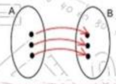


FICA A DICA

A partir desse diagrama, podemos concluir que: O domínio dessa função é o conjunto A = {-1, 0, 1, 2}. O contradomínio reúne os elementos, B = {4, 0, -4, -8}. Já o conjunto imagem da função é definido por: Im(f) = {4, 0, -4, -8}. A imagem e o contradomínio são iguais.

A **FUNÇÃO BIJETORA** recebe esse nome, pois ela é **injetora** e **sobrejetora**.

Algebricamente, dada a **função** f:A → B, f é **sobrejetora** se: Para todo y pertencente a B, Existe x pertencente a A, tal que f(x) = y



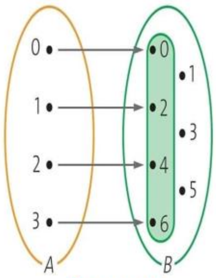
BIJETORA = INJETORA + SOBREJETORA

Domínio, contradomínio e conjunto imagem

"Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, vamos considerar a função $f\colon A \to B$ tal que $\mathbf{f(x) = 2x}$ ou $y = 2x$.

Nesse exemplo:

O domínio é $\mathbf{A} = \{0, 1, 2, 3\}$
O contradomínio é $\mathbf{B} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
A regra é dada por $\mathbf{y = 2x}$
O conjunto imagem é $\mathbf{Im(\,f\,)} = \{0, 2, 4, 6\}$.



Fique atento!
Em toda função f de A em B, $Im(f) \subset B$.

Estudo do domínio de uma função real:

Quando é citada uma função f de A em B, já ficam subentendidos o domínio (A) e o contradomínio (B). Às vezes, é apresentada apenas a lei da função f, sem que A e B sejam citados. Nesses casos, consideramos o contradomínio $B = \mathbb{R}$ e o domínio A como o "maior" subconjunto de $\mathbb{R}$ ($A \subset \mathbb{R}$) tal que a lei dada defina uma função $f\colon A \to \mathbb{R}$.

Crescimento de uma Função

Função Crescente

Uma função f de domínio D é **crescente** se, ao **aumentarmos** o valor atribuído a $\mathbf{x}$, o valor de $\mathbf{y}$ **também aumenta**, ou seja:

$$(\forall\, x_1, x_2) \text{ e } x_2 > x_1$$

$$\mathbf{f\,(x_2) > f\,(x_1),}$$

para qualquer $x \in D$.

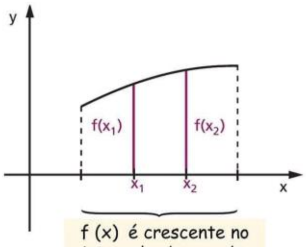
Função Decrescente

Uma função f de domínio D é **decrescente** se, ao **aumentarmos** o valor atribuído a $\mathbf{x}$, o valor de $\mathbf{y}$ **diminui**, ou seja:

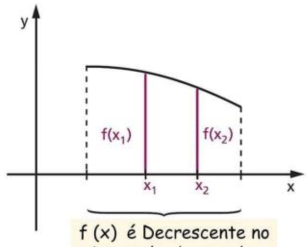
$$(\forall\, x_1, x_2) \text{ e } x_2 > x_1$$

$$\mathbf{f\,(x_2) < f\,(x_1),}$$

para qualquer $x \in D$.



f (x) é crescente no intervalo observado.



f (x) é Decrescente no intervalo observado.

Importante: uma função pode oscilar seu crescimento, ou seja, Crescente em alguns intervalos e Decrescente em outros.

Função Inversa

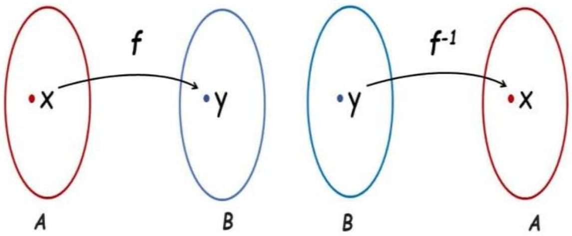
Se uma função **f admite função inversa**, dizemos que **f é invertível**.

- Para que uma função f seja invertível, ela deve ser **bijetora**;
- Se uma função f é invertível, então $\mathbf{D}(f) = \mathbf{I_m}(f^{-1})$ e $\mathbf{D}(f^{-1}) = \mathbf{I_m}(f)$.

A inversa de uma função $f\colon \mathbf{A} \to \mathbf{B}$ é a função $f^{-1}\colon \mathbf{B} \to \mathbf{A}$ tal que:

$$f(x) = y \leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

para quaisquer x e y, com $x \in \mathbf{A}$ e $y \in \mathbf{B}$, esquematicamente temos:



A **expressão da função inversa** pode ser obtida de modo prático:

I. Trocamos x por y e y por x, obtendo - se $x = f\,(y)$.
II. Isolamos a variável y, após a mudança de variáveis efetuada em (I), obtendo assim a expressão $y = (f^{-1})\,(x)$.

Sendo f de A em B e g de B em C, bijetoras, então: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Inequações

Inequação – É toda representação de duas ou mais sentenças abertas que são comparadas por meio de uma ou mais desigualdades.

Conectivos de Desigualdade

$$(>,\ \geq,\ <,\ \leq)$$

a $>$ b significa **"a é maior que b"**
a $\geq$ b significa **"a é maior ou igual a b"**
a $<$ b significa **"a é menor que b"**
a $\leq$ b significa **"a é menor ou igual a b"**

Propriedades importantes

Dados x e **y** números reais quaisquer, então $\mathbf{x > y}$ será verdade se e somente se:

$\mathbf{x + z > y + z}$, para todo z real positivo.
$\mathbf{x.z > y.z}$, para todo z real positivo.
$\mathbf{x.z < y.z}$, para todo z real negativo.

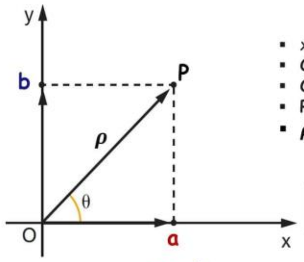
Exemplo: Um Feirante, após ter vendido x melancias a R$ 3,00 cada, vendeu as ultimas por um total de 70,00. Qual é a quantidade mínima de melancias que ele deve vender a r$ 3,00, sabendo que ele obteve mais de 100,00 nessa venda?

$$3x + 70 > 100 \rightarrow\ 3x > 100 - 70$$
$$3x > 30 \rightarrow x > 30/10 \rightarrow x > 10$$

Ou seja deverá vender pelo menos 11 melancias.

Forma Polar do Complexo

Representamos os números complexos **z** (**z** = **a** + **bi**) através de pontos do plano cartesiano, com a convenção de marcarmos sobre os eixos **Ox** e **Oy**, respectivamente, a parte real e a parte imaginária de **z**.



Nomenclatura:

- xOy = plano de Argand-Gauss
- Ox = eixo real
- Oy = eixo imaginário
- P = afixo de **z**
- ρ = módulo de **z**

Temos que:

$\cos\theta = \frac{a}{\rho}$ $\quad$ $\text{sen}\,\theta = \frac{b}{\rho}$

Reescrevendo **z** = **a** + **bi** em função de θ dados temos:

$$z = \rho.\cos\theta + \rho.\text{sen}\,\theta.i \Leftrightarrow \boxed{z = \rho(\cos\theta + i.\text{sen}\,\theta)}$$

Onde θ é chamado de **argumento** de **z**. Note que:

$$\rho^2 = a^2 + b^2$$

Sequências

Em matemática, uma **sequência** ou sucessão é uma função cujo domínio é um conjunto contável totalmente ordenado. Define-se o tamanho de uma **sequência** pelo número de elementos que esta possui, podendo existir **sequências** infinitas ou finitas.

Progressão aritmética (PA)

Termo geral da PA (a_n)

$a_n = a_1 + (n - 1).r$

r = razão da PA

Soma de n termos da PA

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Termo médio da PA

PA (a, b, c)

$b = \frac{(a + c)}{2}$

Três termos em PA

(x - r, x, x + r)

Progressão geométrica (PG)

Termo geral da PG (a_n)

$a_n = a_1.q^{n-1}$

q = razão da PG

Soma de n termos da PG

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Termo médio da PG

PG (a, b, c)

$b = \sqrt{(a.c)}$,se (a.c) > 0

Três termos em PG

(x, xq, xq^2)

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

***É uma sequência em que cada termo, a partir do 2º, é dado pelo produto do termo anterior com uma constante "q" dada** (Na PG, "q" é denominado de razão ou quociente).*

Exemplos:

1) (1, 2, 4, 8, 16, ...) em que $a_1 = 1$ e $q = 2$
2) $(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, ...)$ em que $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{3}$
3) (2, -10, 50, -250, 1.250, ...) em que $a_1 = 2$ e $q = -5$

- *Fórmula do termo geral de uma PG:* $a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$
- *Soma dos "n" termos de uma PG:* $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ *(Sendo $q \neq -1$)*
- *Produto dos "n" termos de uma PG:* $P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$ *(Sendo $q \neq -1$)*

Notações Especiais: para obtenção de uma PG com 3, 4 ou 5 termos, são muito práticas as seguintes notações:
(x, xq, xq^2), (x, xq, xq^2, xq^3), $(x, xq, xq^2, xq^3, xq^4)$

TRIGONOMETRY TABLE

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	0	∞	0
$\cot\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞	0	∞
$\sec\alpha$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	-1	∞	1
$\text{cosec}\,\alpha$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	∞	-1	∞

I - Seno do arco metade: $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

Façamos $\frac{x}{2} = y \Rightarrow x = 2y$

Usando a relação $\cos(2y) = 1 - 2\operatorname{sen}^2 y$ temos:

$2\operatorname{sen}^2 y = 1 - \cos(2y)$. Como $y = \frac{x}{2}$, temos:

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1-\cos x}{2}$$

$$\therefore \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$

II - Cosseno do arco metade: $\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

Analogamente ao seno, fazendo: $\frac{x}{2} = y \Rightarrow x = 2y$

e, também: $\cos(2y) = 2\cos^2(y) - 1$. Logo:

$$\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1+\cos x}{2}$$

$$\therefore \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

III - Tangente do arco metade: $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$

Temos que: $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{\frac{1-\cos x}{2}}{\frac{1+\cos x}{2}}$$

$$\therefore \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$$

Ou, também:

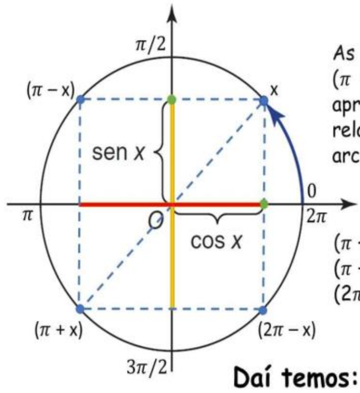
$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1-\cos^2 x}{(1+\cos x)^2}$$

$$\therefore \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \left|\frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}\right|$$

Redução ao 1° quadrante

As razões trigonométricas de um **ângulo** não pertencente ao 1° quadrante, podem ser relacionadas a partir das razões conhecidas de um arco **x**, **x**$\in[0, \pi/2]$, simétrico do **ângulo**.



As extremidades dos arcos $(\pi - x)$, $(\pi + x)$ e $(2\pi - x)$ apresentam simetrias em relação à extremidade do arco x, de modo que:

SIMETRIAS

$(\pi - x) \rightarrow$ simetr. em rel. a Oy.
$(\pi + x) \rightarrow$ simetr. em rel. a O.
$(2\pi - x) \rightarrow$ simetr. em rel. a Ox.

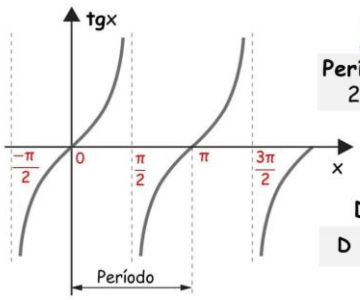
Daí temos:

$\operatorname{sen}(\pi - x) = \operatorname{sen} x$
$\operatorname{sen}(\pi + x) = -\operatorname{sen} x$
$\operatorname{sen}(2\pi - x) = -\operatorname{sen} x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$
$\cos(\pi + x) = -\cos x$
$\cos(2\pi - x) = \cos x$

Função Tangente

Denominamos função **tangente** a função **f**: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real **x** o real à **tg x**, isto é **f**(x) = **tg**x.



f(x) = tg x

Período	Imagem
2π	$\mathbb{R}$

Domínio de f

$D = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k.\pi\}$

Comportamento da função tgx (0 a 2π)

x	0	→	$\pi/2$	→	π	→	$3\pi/2$	→	2π
tg x	1	cresce	∄	cresce	0	cresce	∄	cresce	0

Matrizes

Conceito de Matriz

Dados dois números, m e n, naturais e não nulos, chama-se matriz m por n (indica-se m×n) toda disposição de números reais distribuídos em m linhas e n colunas.

Exemplos:

$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ matriz 2 X 2

$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ matriz 3 X 2

$\begin{bmatrix} 5 & -4 & \sqrt{7} \end{bmatrix}$ matriz 1 X 3

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2/3 \\ -9 \end{pmatrix}$ matriz 4 X 1

Representação Geral

Em uma matriz qualquer **M**, cada elemento é indicado por a_{ij}. O índice **i** indica a **linha** e o índice **j** a **coluna** às quais o elemento a_{ij} pertence. Com a convenção de que as linhas sejam numeradas de cima para baixo (de 1 até **m**) e as colunas, da esquerda para a direita (de 1 até **n**), uma matriz **m** × **n** é representada por:

$$M = (a_{ij})_{m\times n} \Leftrightarrow \begin{array}{c} \text{n colunas} \\ \begin{array}{cc} \text{m linhas} & \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \end{array} \end{array}$$

Mapas Mentais:
Fonte
Extraídos da Internet
@ superaula.com

Sistema Linear

É um conjunto de n equações lineares, nas incógnitas x, y, z, ..., w. Mas o que é uma equação linear? Chamamos de **equação linear**, nas incógnitas **x**, **y**, **z**, ..., **w**, toda equação do tipo:

$$a_1x + a_2y + a_3z + ... + a_nw = b$$

Os números a_1, a_2, a_3, ..., a_n, todos reais, são chamados coeficientes e **b**, também real, é o termo independente da equação. Todo sistema pode ser representado também sob a forma de um produto de matrizes (**representação matricial**).

Exemplos:

Sistema Linear → **Forma Matricial**

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = -3 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 2x + 5y + 7z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Conjunto Solução de um sistema:

Dizemos que uma sequência ordenada de reais $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$ é solução de um sistema linear **S**, se for solução de todas as equações de **S**, isto é, torne cada sentença do sistema verdadeira.

Binômio de Newton

As técnicas que estudamos em ***Análise Combinatória*** trazem um resultado importante em ***Álgebra***, que consiste em obter o desenvolvimento do binômio $(x + a)^n$ para $n \in \mathbb{N}$ e $x, a \in \mathbb{R}$.

Para todo **n** inteiro, positivo, podemos calcular:

$$(x + a)^n = \underbrace{(x + a) \cdot (x + a) \cdot \ ... \ \cdot (x + a)}_{n \text{ fatores}}$$

Desenvolvimento Binomial

O desenvolvimento de $(x + a)^n$ para $n \in \mathbb{N}$ e $x, a \in \mathbb{R}$ é dado por:

$$(x + a)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} \cdot a^1 + \binom{n}{2} x^{n-2} \cdot a^2 + ... + \binom{n}{p} x^{n-p} \cdot a^p + ... + \binom{n}{n} \cdot a^n$$

Onde, $\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

coeficiente binomial

Exemplo: Desenvolver $(3x^2 + a)^4$, temos:

$$(3x^2 + a)^4 = \binom{4}{0} \cdot (3x^2)^4 + \binom{4}{1}(3x^2)^3 \cdot a^1 + \binom{4}{2}(3x^2)^2 \cdot a^2 + \binom{4}{3}(3x^2) \cdot a^3 + \binom{4}{4} \cdot a^4$$

$$(3x^2 + a)^4 = 81x^8 + 108x^6a + 54x^4a^2 + 12x^2a^3 + a^4$$

Probabilidades

Evento (A, B, C,..)

Consideremos um experimento aleatório, cujo **espaço amostral** é Ω. Chamaremos de evento todo subconjunto de Ω. Em geral indicamos um evento por uma letra maiúscula do alfabeto: **A**, **B**, **C**, ...

Exemplo$_1$: Um dado é lançado e observa-se o número da face de cima. As possibilidades de resultado estão em $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Vejamos alguns eventos possíveis em Ω:

A: ocorrência de número ímpar. **A** = {1, 3, 5}.
B: ocorrência de número primo. **B** = {2, 3, 5}.
D: ocorrência de número menor que 7. **D** = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = Ω.
E: ocorrência de número maior ou igual a 7. **E** = ∅.

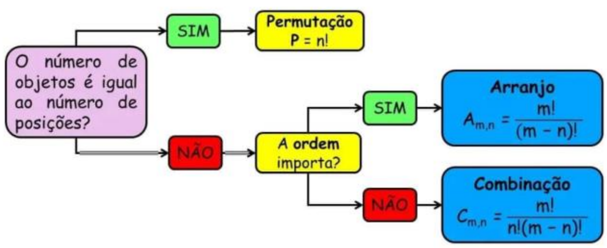
Resumo Combinatória

Em problemas sobre **análise combinatória** podemos encontrar diversos agrupamentos. Para identifica-los, monte pelo menos um desses agrupamentos e modifique a ordem dos elementos desse escolhidos. Daí vale citar algumas hipóteses;

Arranjo (A) Se depois da mudança de ordem obtivermos um agrupamento diferente, o problema se trata de um arranjo.

Combinação (C) Se depois da mudança obtivermos o mesmo agrupamento, ou seja, mesmo se os elementos em ordem diferentes continuarem identificando o mesmo agrupamento, estaremos diante de uma **combinação**.

Resumo



Logaritmos

Logaritmo nada mais é do que um **expoente** ao qual se deve elevar uma base para se obter outro número chamado de **logaritmando.**

Qual a solução da equação $\mathbf{2^x = 3}$? Dizemos que x é Logaritmo de 3 na base 2.

Definição Geral

Se a, $b \in R$, $a > 0$ e $b \neq 1$, então:

$$\log_{b} a = \underbrace{x}_{\text{Logaritmo}} \leftrightarrow b^x = a$$

Base (b) — *Logaritmando* (a)

Consequências da Definição

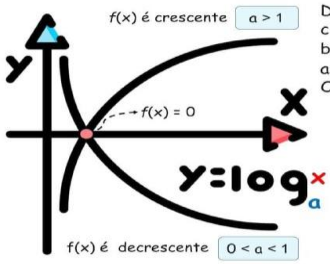
$\log_b a = \log_b c \leftrightarrow a = c$	$\log_b 1 = 0$	$\log_a a = 1$	$a^{\log_a b} = b$

Propriedades

Logaritmo do Produto	Logaritmo do Quociente	Logaritmo da Potência
$\log_b a.c = \log_b a + \log_b c$	$\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c$	$\log_b a^m = m.\log_b a$

Mudança de base	Consequência (1)		
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	$\log_{b^m} a = \frac{1}{m}.\log_b a$	$\log_b a = \log_c a .\log_b c$

Função Logaritmo



Dado um número real a $(0 < a \neq 1)$, chamamos **função logarítmica** de base a, a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que associa a cada x o número $\log_a x$. Ou seja:

$$\begin{aligned} &f \text{ de } \mathbb{R}_+^* \text{ em } \mathbb{R} \\ &x \rightarrow \log_a x \end{aligned}$$

Imagem:

$$I_m = \mathbb{R}$$

Importante

Considerando que $0 < a \neq 1$, então a função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log_a x$ admite inversa definida por $g(x) = a^x$, g definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}_+^*$. Concluímos também que f é **bijetora**.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 1

QUESTÃO 01 CQ 18

Determine a soma dos valores de x no sistema abaixo sabendo que $x \neq y$.

$$\begin{cases} x^2 =\downarrow 13x + 4y \\ y^2 = 4x + \uparrow 13y \end{cases}$$

[A] 17 [B] 11 [C] 9 [D] 5 [E] 3

QUESTÃO 02 CQ 45

Sabendo que a+4b+9c=0. Determine o valor reduzido da expressão abaixo:

$$\frac{(a-2b)^2}{ab} + \frac{(2b-3c)^2}{bc} + \frac{(3c-a)^2}{ac}$$

[A] Abc [B] -36 [C] 14 [D] -14 [E] a+b+c

QUESTÃO 03 CQ81

Se a equação $x^2 + x + m = 0 \ e \ x^2 + 2x + n = 0$ $possuem\ uma\ raiz\ comum.$

$$Caucule\ \frac{(m-n)^2}{n-2m}:$$

[A] 1 [B] -1 [C]2 [D]-2 [E] 0

QUESTÃO 04 CQ 82

Se um número ao ser dividido por 23 deixa como resto o dobro do quociente. Determine a quantidade de números que satisfaz essa condição.

[A]10 [B]11 [C] 12 [D] 13 [E] 14

QUESTÃO 05 CQ 83

Se ao quadrado de um número inteiro adicionarmos seu cubo obtemos 16250. Determine a soma dos algarismos desse número.

[A] 6 [B] 7 [C] 8 [D] 9 [E] 12

QUESTÃO 06 CQ 84

Sabendo que $\frac{\sqrt{a^2-18}}{3} = \frac{\sqrt{b^2-98}}{7} = \frac{\sqrt{c^2-32}}{4} = 2$, calcule o valor da expressão abaixo:

$$\sqrt{a^2+27} + \sqrt{b^2+147} + \sqrt{c^2+48}$$

[A] 20 [B] 28 [C]38 [D]42 [E] 56

QUESTÃO 07 CQ85

Se a+b+c=0 e abc=5. Determine o valor da expressão abaixo:

$$\underbrace{ab(a+b)^4}_{1^0\ termo} + \underbrace{bc(b+c)^4}_{2^0} + \underbrace{ac(a+c)^4}_{3^0}$$

[A] 25 [B] 60 [C] 70 [D] 75 [E] 91

QUESTÃO 08 CQ 86

Se $r^2 + \frac{1}{r^2}$=3, com $r > 0.\ Determine\ \ r^5 - \frac{1}{r^5}$

[A] 9 [B] 8 [C] 11 [D] 12 [E] 13

Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	B	A	C	B	D	D	C

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 2

QUESTÃO 01 CQ 87

Achar o valor de $x^2 + x + 3$, $para\ o\ qual\ esse\ valor\ de\ x\ é\ solução\ da\ equação$

$$\sqrt[x]{\frac{(x-1)^{x^2+1}}{16}} = x(x-2)+1$$

[A] 5 [B] 10 [C] 15 [D] 20 [E]25

QUESTÃO 02 CQ 88

$$Se\ \underbrace{\frac{2}{x}}_{p1} + \underbrace{\frac{2}{y}}_{p2} + \underbrace{\frac{2}{z}}_{p3} + \underbrace{\frac{x}{yz}}_{p4} + \underbrace{\frac{y}{xz}}_{p5} + \underbrace{\frac{z}{xy}}_{p6} = \frac{8}{3}$$ e

$x + y + z = 16,\ o\ produto\ x.y.z$ é:

[A]192 [B] 48 [C]32 [D]108 [E] 96

QUESTÃO 03 CQ 89

Sendo x, y, z números que satisfazem as condições $x + y + z = 0\ e$ $x^3 + y^3 + z^3 = 63$. Determine o valor da expressão $\frac{21x}{xy+21x+21} + \frac{y}{yz+y+21} + \frac{z}{xz+z+1}$

[A] 1 [B] $\frac{1}{2}$ [C] $\frac{1}{3}$ [D] $\frac{1}{7}$ [E] $\frac{3}{7}$

QUESTÃO 04 CQ 91

Se $p,\ q\ e\ r\ sã\ raizes\ da\ equação$ $x^3 - x^2 + x - 2 = 0,\ então\ p^3 + q^3 + r^3$ é igual a:

[A] -1 [B] 4 [C] 3 [D] 5 [E] 7

QUESTÃO 05 CQ 92

Sejam $r, s\ e\ t\ as\ três\ raizes\ da\ equação$ $8x^3 + 1001x + 2008 = 0.$ $Determine (r+s)^3 + (s+t)^3 + (t+r)^3.$

[A] 753 [B] -753 [C] 859 [D] 900 [E] 934

QUESTÃO 06 CQ99

Sejam a e b números reais não nulos tais que x e y satisfazem o sistema

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ ax^2 + by^2 = 20 \\ ax^3 + by^3 = 56 \\ ax^4 + by^4 = 272 \end{cases}$$

Determine o valor de $ax^5 + by^5$

[A] 56 [B] 272 [C] 76 [D] 992 [E] 997

QUESTÃO 07 CQ 95

Sabendo-se que $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$, determine o valor de $x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$

[A] 0 [B] 1 [C] 1,5 [D] 2 [E] 2,5

QUESTÃO 08 CQ 94

Sendo $\boldsymbol{x1,\ x2\ e\ x3,\ as\ raízes\ da}$ equação $\boldsymbol{(11-x)^3 + (13-x)^3 = (24-2x)^3}$. $\boldsymbol{Calcule\ o\ valor\ da\ soma\ x1 + x2 + x3}$:

[A] 36 [B] 39 [C] 40 [D] 46 [E] 56

Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	E	A	B	A	D	B	A

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 3

QUESTÃO 01 | CQ 96

Simplifique a Expressão

$$\frac{2022^3+2021^3+3.2022.2021-1}{2023^2+2022^2+1}$$

[A] 2021 [B] 2022 [C] 2024 [D] 2026

QUESTÃO 02 | CQ 97

Se $x^3+x+3=0,\ calcule$

$x^5-x^4-2x^3+2x^2-6x-5$:

[A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

QUESTÃO 03 | CQ 98

Sejam x e y dois números reais tais que

$x-y=4$ e $x^3-y^3=28.$ Determine x.y:

[A] 2 [B] -3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

QUESTÃO 04 | CQ 99

Sabendo que $\sqrt[9]{\frac{x^2}{y^2}}+\sqrt[9]{\frac{x}{z}}+\sqrt[9]{\frac{y^2}{z^2}}=0$. Calcule o valor de $\left(\frac{\frac{x}{y}}{\frac{y}{z}}\right)^2$?

[A] 1 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E]6

QUESTÃO 05 | CQ 100

Resolva a equação $1+4+7+\cdots+x=925$;

[A] x=73

[B] x= 85

[C] x=81

[D] x=71

[E] x= 103

QUESTÃO 06 | CQ 101

Um aluno do Curso Degraus dedicado e talentoso, sobretudo em operações numéricas. Ele, então elaborou a expressão numérica abaixo:

$$R=\frac{57}{37}+\frac{5757}{3737}+\frac{575757}{373737}+\cdots+\frac{\overbrace{57575757}^{148\ algarismos}}{\underbrace{37373737}_{148\ algarismos}}$$

O aluno lançou o desafio a seus colegas de curso para que determinem o valor da soma dos algarismos presente no resultado da expressão "R" elevado ao quadrado. Qual o valor encontrado?

[A] 9 [B] 22 [C] 26 [D] 27 [E] 28

QUESTÃO 07 | CQ 117

As raízes da equação $2x^2-x-16=0$,

são$r\ e\ s\ (rs).\ Calcule\ o\ valor\ da\ expressão$

$\frac{r^4-s^4}{r^3+r^2s+rs^2+s^3}$, é :

[A] $\frac{\sqrt{129}}{2}$ [B] $\frac{\sqrt{127}}{2}$ [C] $\frac{127}{4}$ [D] $\frac{129}{4}$ [E] $\frac{127}{129}$

QUESTÃO 08 | CQ 102

Sendo x, y e z números que verificam as condições $x+y+z=20\ \ e\ \ x^2+y^2+z^2=300.$ $\text{Calcule o valor de:}$

$(x+y)^2+(x+z)^2+(y+z)^2$

[A] 100 [B] 300 [C] 500 [D] 700 [E] 900

Gabarito

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	C	B	A	A	D	A	D

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 4

QUESTÃO 01 Q103

Se $x^2 + y^2 = \sqrt[3]{10} + 1$ e $x.y = \sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{10}+1$.

Calcule o valor de

$k = (x+y)^4 - (x-y)^4$.

[A] 1 [B] 9 [C]32 [D]41 [E] 88

QUESTÃO 02

Calcule o valor da expressão:

$$\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x - \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 40\sqrt{6}$$

[A] ± 4 [B] ± 2 [C] ± 3 [D]± 1 [E] 0

QUESTÃO 03 CQ194

Se $\frac{x+2}{x+4} = \frac{y+4}{y+8} = \frac{z+6}{z+12}$, com $x, y\ e\ z$ sendo inteiros positivos. Calcule $x.y.z$, sabendo que

$54 < x + y + z < 66$.

[A] 1800
[B] 2400
[C] 3600
[D] 3800
[E] 6000

QUESTÃO 04 CQ 105

Se $x^2 - \sqrt{3}.x + 1 = 0$. Calcule $x^{18} + \frac{1}{x^{18}}$.

[A] -2 [B] 2 [C] 0 [D] 1 [E] -1

QUESTÃO 05 Q106

Sabendo que $\frac{x^2+y^2}{34} = \frac{y^2+z^2}{89} = \frac{x^2+z^2}{73}$, com $z - x = 20$, calcule $x + y + z$.

[A] 80 [B] 64 [C] 96 [D] 120 [E] 100

QUESTÃO 06 Q107

Sendo $(x+1)(z+1) = 8, (x+1)(y+1) = 12\ e\ (y+1)(z+1) = 6$.

$Determine\ o\ valor\ da\ \sqrt{x^3+y^2+z+4}$.

Sabendo que $x, y\ e\ z\ são\ positivos$.

[A]2 [B] 6 [C] 8 [D] 9 [E] 10

QUESTÃO 07 Q108

Sendo $f(x)$uma função do primeiro grau com $f(x+1) + f(2x+1) + f(3x+1) = 42x + 24$. Calcule o valor da expressão $f(x) + f(f(x)) + f\left(f(f(x))\right)$.

[A] $400x + 67$
[B] $399x + 66$
[C] $398x + 65$
[D] $397x + 64$
[E] 396x+63

QUESTÃO 08 Q109

Calcule o valor de $\frac{(a^2+1)(a^4+1)(a^6+1)}{a^6}$, sabendo que $a = \sqrt{2} + 1$.

[A] 120 [B] 124 [C] 136 [D] 240 [E]360

Gabarito 4

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	B	E	A	B	B	B	D

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 5

QUESTÃO 01 CQ110

Sabendo que $x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}} = \sqrt{7}$ e $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 3.$

Calcule o valor de $x^{\frac{1}{9}}.y^{\frac{1}{9}}$

$[A]\ 3^{\frac{1}{3}}$ $[B]\ 6^{\frac{2}{3}}$ $[C]\ 2^{\frac{2}{3}}$ $[D]\ 4^{\frac{1}{7}}$ $[E]\ 5^{\frac{1}{3}}$

QUESTÃO 02 CQ111

Qual o valor da expressão:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+10}$$

[A]2 [B] 6 [C] 8 [D] 9 [E] 10

QUESTÃO 03 CQ112

Determine o valor de 4x, sabendo que x é a solução da equação

$(x-3)(x-5)(x+2)(x+4) - (x^2 - x - 13)^2 + 2 = 50$

[A] 196 [B]197 [C]198 [D]190 [E] 200

QUESTÃO 04 CQ 113

Sendo

$P(x) = (x+1)(x-1)(x^2+x+1)^2\ )(x^2-x+1)^2$

Calcule o valor numérico de

$P\left(\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}\right).$

[A] 7 [B] 14 [C] 21 [D] 42 [E] 63

QUESTÃO 05 CQ79

Determine a solução da equação

$$\frac{x-24}{1997} + \frac{x-23}{1998} = \frac{x-1997}{24} + \frac{x-1998}{23}$$

[A] 2018
[B] 2019
[C] 2020
[D] 2021
[E] 2022

QUESTÃO 06 CQ114

Qual o resultado da expressão

$$\sqrt[n]{\frac{20^{n+1}}{4^{n+2}+2^{2n+2}}} + \sqrt[n-1]{\frac{5^{n-1}+3^{n-1}}{5^{1-n}+3^{1-n}}}$$

[A] 10 [B] 15 [C] 20 [D] 25 [E] 30

QUESTÃO 07 CQ 10

Um trem saiu de seu paradeiro inicial com 7 passageiros e em cada parada subiram dois passageiros a mais do que há. Se ao chegar no seu paradeiro final foram contados um total de 574 passageiros. Determine em quantas estações o trem parou para chegar ao total de passageiros.

[A] 5 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

QUESTÃO 08 CQ 7

A idade de Pedro e de sua esposa Maria juntos é seis vezes a soma das idades de seus filhos. Há 2 anos está soma era igual a dez vezes a soma das idades de seus filhos. Determine a quantidade de filhos que o casal possui, sabendo que dentro de 6 anos a soma das idades do casal será o triplo da soma das idades de seus filhos.

[A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

Gabarito 5

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	D	C	E	D	C	B	B

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 6

QUESTÃO 01 CQ124

Seja a e b as raízes reais da equação abaixo, onde a>b.

$$x^{1+x^6} = (8x+5)x^{8x}$$

Qual o valor da expressão

$E = \dfrac{a^8 + a^6 + a^2 + 1}{a^4}$

[A] 40 [B] 15 [C] 18 [D] 25 [E]10

QUESTÃO 02 CQ16

Determine o valor de $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Sabendo que $\mathrm{x+y+z} = xy + yz + zx - 8 = 8$

$[A] 2\sqrt{2}$ $[B]\ 3\sqrt{2}$ $[C]\ 4\sqrt{2}$ $[D]\ 5\sqrt{2}$ $[E] 6\sqrt{2}$

QUESTÃO 03 CQ 115

Sabendo que $4a^2 - 2a + 1 = 0\ e\ b^2 + 2b + 4 = 0$. Calcule o valor de $(a.b)^9$

[A] -2 [B] -1 [C] 0 [D] 1 [E] 2

QUESTÃO 04 CQ 14

Sabendo que $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$. Com a, b e c sendo reais. Calcule o valor de $\sqrt[9]{\frac{(a+b+c)^{10}}{a^{10}+b^{10}+c^{10}}}$

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

QUESTÃO 05 CQ 13

Sendo $x_1, x_2\ e\ x_3\ raizes\ da\ equação$

$2x^3 - 6x^2 + 8x - 5 = 0$.

Calcule o valor da expressão

$$\frac{1}{x_1^2 - 3x_1 + 4} + \frac{1}{x_2^2 - 3x_2 + 4} + \frac{1}{x_3^2 - x_3 + 4}$$

[A] -5/6 [B] 6/5 [C] -3/5 [D] 3/5 [E -3/5

QUESTÃO 06 CQ12

Na equação $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$. Calcule o valor de x

[A] 2/3 [B] 0 [C] 1/2 [D] 3/2

QUESTÃO 07 CQ 8

Calcule o valor de x na equação

$$\frac{2024}{2021}\left(1 - \frac{2024}{x}\right) + \frac{2021}{2024}\left(1 - \frac{2021}{x}\right) = 1:$$

[A] 2021
[B] 2022
[C] 4045
[D] 6063
[E] 6072

QUESTÃO 08 CQ 32

Sendo a, b, c solução do sistema

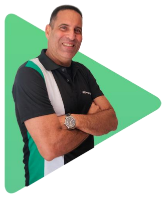
$$\begin{cases} \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 5\sqrt[3]{c} = 39 \\ \sqrt[3]{a} + 5\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 31. \\ 5\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 5\sqrt[3]{c} = 7 \end{cases}$$

Calcule $\sqrt{a.b + c + 7}$

[A] 18 [B] 17 [C] 16 [D] 15 [E] 14

Gabarito 6

	1	2	3	4	5	6	7	8
0	E	C	B	C	B	D	C	D



Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 7

QUESTÃO 01

Simplifique a expressão $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^{log_{(9+4\sqrt{5})}(38+17\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}}$

[A] $\sqrt{5}-2$
[B] $\sqrt{5}+2$
[C] $9+4\sqrt{5}$
[D] $2-\sqrt{5}$

QUESTÃO 02

Sendo $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+2x+1}+\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[3]{x^2-2x+1}}$, $com\ x \in \mathbb{Z}^+$. Calcule o valor da expressão

$f(1)+f(3)+f(5)+\cdots f(997)+f(999)$.

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 5

QUESTÃO 03 — CQ 6

Sendo $P(x)= x^5+\sqrt[3]{2}x^4+(\sqrt[3]{2}-1)x^3+x+\sqrt[3]{2}-1$. Calcule $P(1-\sqrt[3]{2})$?

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4

QUESTÃO 04 — CQ 33

Sabendo que r e s são raízes da equação $x^2+bx+4c=0.\ Calcule\ \alpha^2-4\beta,\ onde\ \ 2r+k\ e\ 2s+k\ são\ as\ raízes\ de\ x^2+\alpha x+\beta=0$

[A] $2b^2-16\,c$
[B] b^2-16c
[C] b^2-4c
[D] $4b^2-64c$
[E] $4b^2-32c$

QUESTÃO 05 — CQ 35

Sendo $A_K=\begin{bmatrix} K & K-1 \\ K-1 & K \end{bmatrix}$, onde K sendo natural. Calcule
$\det(A_1)+\det(A_2)+\det(A_3)+\cdots+\det(A_{2021})$

[A] 2020^2
[B] 2021^2
[C] 2022^2
[D] 2022.2021
[E] 2023.2022

QUESTÃO 06 — CQ 116

Sabendo que $x_1 e\ x_2$ são raízes da equação $x^2-3x+1=0$. Calcule o Valor da expressão $\frac{1}{(x_1-3)^4}+\frac{1}{(x_2-3)^4}$

[A] 7 [B] 31 [C]45 [D] 47 [E]49

QUESTÃO 07 — CQ 118

Sabendo que a soma dos quadrados das raízes da equação $x^2+(k-2)x-(k+3)=0\ é\ igual\ a\ "m“$. Determine o valor mínimo de $"m“$.

[A] 7 [B] 8 [C] 9 [D] 10 [E] 11

QUESTÃO 08 — CQ 40

Sabendo que a divisão $\frac{(x^2-x+2)^6-k(x-2)^5(x+1)^5+mx^4(x-1)^4}{x^2-x+1}$, é exata.
Calcule o valor de 243K+m+7

Gabarito 7

	1	2	3	4	5	6	7	8
0	B	E	A	D	B	D	C	B

Degraus

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 8

QUESTÃO 01 CQ 62

Sendo $f(x) = \frac{x}{1+x}$. Calcule a soma do resultado do numerador com o denominador da expressão $f\left(\frac{1}{13}\right) + f\left(\frac{2}{12}\right) + f\left(\frac{3}{11}\right) + \cdots + f(1) + \cdots f\left(\frac{12}{2}\right) + f(13)$.

[A] 11 [B] 12 [C] 13 [D]14 [E]15

QUESTÃO 02 CQ 43

Determine o resto da divisão de $\frac{(x-3)^{2021}+(x-2)^{2020}+9}{(x-3)(x-2)}$.

[A] $x+3$
[B] $2x+4$
[C] $x+4$
[D] 2x+3
[E] x+5

QUESTÃO 03 CQ 51

Sabendo que $(a+b+2c)^2 + (a+b-2c)^2 = 8(a+b)c$.

$Calcule\ o\ valor\ da\ expressão\ abaixo$:

$$\left(\frac{a+b}{2c}\right)^{2021} + \left(\frac{a-c}{c-b}\right)^{2023} + \left(\frac{c-a}{c-b}\right)^{2022}$$

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 6 [E] 9

QUESTÃO 04 CQ 52

Calcule a solução da equação

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x+8}{x+9} - \frac{x+5}{x+6} + \frac{x+6}{x+7} = 0$$

[A] -15/2
[B] 2/15
[C] $-15/4$
[D] 4/15
[E] 7/15

QUESTÃO 05 CQ 195

Sendo $x_1, x_2\ e\ x_3$, raízes da equação $(11-x)^3 + (13-x)^3 = (24-2x)^3$.
Calcule o valor da soma $x_1 + x_2 + x_3$.

[A] 23 [B] 36 [C] 39 [D] 46 [E] 55

QUESTÃO 06 CQ50

Calcule a soma algébrica dos algarismo do desenvolvimento $\left(\underbrace{999\ldots\ldots.95}_{101\ algarismo}\right)^2$

[A] 905
[B] 906
[C] 907
[D] 908
[E] 909

QUESTÃO 07 CQ 53

(Ime) Determine a solução do sistema
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 70 \\ (x+y)(x^2+y^2) = 203 \end{cases}$$

[A] $\{(5,2),\ (2,5)\}$
[B] $\{(3,2),\ (2,3)\}$
[C] $\{(0,2),\ (2,0)\}$
[D] $\{(1,2),\ (2,1)\}$
[E] $\{(9,6),\ (6,9)\}$

QUESTÃO 08 CQ 53

Se $log_x\left\{\frac{x^{4x-6}+1048576}{2048}\right\} + 3 = 2x.$

Qual o valor de $S = \left(\frac{4}{x}\right)^{\left(\frac{x}{4}\right)}$

[A] 1 [B] 3 [C] 5 [D]6 [E] 7

Gabarito 8

	1	2	3	4	5	6	7	8
0	E	B	C	A	B	C	A	A

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 9

QUESTÃO 01 CQ 55

Calcule o valor da soma $\frac{2}{3}+\frac{3}{9}+\frac{4}{27}+\frac{5}{81}+\cdots$

[A] 1/5 [B] 2/5 [C] 3/4 [D] 4/3 [E] 5/4

QUESTÃO 02 CQ 66

Se $k=(x+y+z)^4-4(xy+yz+xz)(x^2+y^2+z^2+xy+xz+yz)$ e $x^2+y^2+z^2=8$, com $x\neq y\neq z$. Calcule$\sqrt{K}$.

[A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 8 [E] 10

QUESTÃO 03 CQ 59

A soma $S=\frac{1}{1!9!}+\frac{1}{3!7!}+\frac{1}{5!5!}+\frac{1}{7!3!}+\frac{1}{9!1!}$, pode ser escrito da forma $\frac{2^a}{b}$, onde a e b são inteiros positivos. Encontre o valor de **a** e **b**.

[A] 9 e 10
[B] 7 e 8
[C] 8 e 9
[D] 9 e 11
[E] 10 e 13

QUESTÃO 04 CQ 70

Na equação $x^2+(2p+5)x+p=0$. Calcule o valor de p, sabendo que uma de suas raízes excede a outra em 3 unidades.

[A] -2 [B] -1 [C] 1/2 [D] 1 [E] 2

QUESTÃO 05 CQ 69

Sendo a, b e c raízes da equação
x^3-3x+1=0.
Calcule o valor de $a^{10}+b^{10}+c^{10}$

[A] 618
[B] 619
[C] 620
[D] 621
[E] 622

QUESTÃO 06 CQ 60

.(IME).Seja o sistema

$$\begin{cases} 3x_1^2+3x_2^2+3x_3^2=6x_4-1 \\ 3x_1^2+3x_2^2+3x_4^2=6x_3-1 \\ 3x_1^2+3x_3^2+3x_4^2=6x_2-1 \end{cases}$$
$$3x_2^2+3x_3^2+3x_4^2=6x_1-1$$

Calcule $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}$

[A] 12 [B] $\frac{4}{3}$ [C] $\frac{2}{3}$ [D] $\frac{1}{3}$ [E]9

QUESTÃO 07 CQ 76

Se y é a média proporcional de x e z; com x,y e z sendo inteiro positivos tal que $\frac{x^2-y^2+z^2}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}}=1296$. Calcule o valor de y

[A] 2 [B] 3 [C] 6 [D] 8 [E] 12

QUESTÃO 08 CQ 74

Sendo x+y+z=0 , x.y.z =2 e $x^6+y^6+z^6=20$.

Calcule o valor da expressão $\frac{x^3y^3+x^3z^3+y^3z^3}{x^3+y^3+z^3}$

[A] 1/3
[B] 4/3
[C] 5/3
[D]2
[E]7/3

Gabarito 9

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	D	A	A	D	E	C	B

Degraus

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 10

QUESTÃO 01 CQ 67

Calcule o valor da soma

$$\frac{1}{7}+\frac{2}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\frac{2}{7^4}+\frac{1}{7^5}+\frac{2}{7^6}+\cdots$$

[A] 1/16
[B] 3/16
[C] 5/16
[D] 7/16
[E] 9/16

QUESTÃO 02 CQ 78

Ache o valor de x na expressão dada

$$\frac{x}{21}+\frac{x}{77}+\frac{x}{165}+\frac{x}{285}+\frac{x}{437}+\frac{x}{621}=100$$

[A] 4327
[B] 1350
[C] 2700
[D] 1475
[E] 750

QUESTÃO 03 CQ 77

Calcule o valor de a+b-c no sistema

$$\begin{cases}(a+1)\quad(b+2)=12\\(c+3)\quad(a+1)=60\\(b+2)\quad(c+3)=45\end{cases}$$

[A] -8 [B] -7 [C] -6 [D]6 [E]7

QUESTÃO 04 CQ 191

Suponha que $\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}+\sqrt[3]{\sqrt{x}-1}=1$, sendo assim podemos afirmar que $64x^3-129x^2+876x$ vale:

[A]856
[B] 794
[C] 868
[D] 784
[E] 486

QUESTÃO 05 CQ 61

Sabendo que x_1, x_2, x_3, x_4 são raízes da equação $10x^4-7x^2+1=0$. Calcule o Valor de $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$

[A] $\frac{2}{25}$
[B] $\frac{1}{2}$
[C] $\frac{29}{50}$
[D] $\frac{1}{25}$
[E] $\frac{1}{4}$

QUESTÃO 06 CQ 57

Sejam x, y e z números reais positivos não nulos. Determina o menor valor de

K=$\left(x+\frac{1}{y}\right)\left(y+\frac{1}{z}\right)\left(z+\frac{1}{x}\right)$.

[A] 6 [B] 7 [C] 8 [D] 9 [E] 10

QUESTÃO 07 CQ 56

Se $x=\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1$ e $y=\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$, Calcule o valor da expressão abaixo:

$$\left(1+\frac{2}{x}\right)^3-\left(1-\frac{3}{y}\right)^3.$$

[A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

QUESTÃO 08

Calcule o Valor de x na expressão

$$1!\,2^2+2!\,3^2+3!\,4^2+\cdots+40!\,41^2=x!-2!$$

[A] 40 [B] 41 [C] 42 [D] 43 [E]44

Gabarito 10

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	B	B	A	D	C	C	D	C

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 11

QUESTÃO 01	CQ126

Sabendo que $\sqrt[3]{x} - 3 = \sqrt[3]{x - 30}$, determine o valor de $x - \frac{1}{x}$

[A] 18 [B] 23 [C] 36 [D] 39 [E] 43

QUESTÃO 02	CQ 127

Resolva o sistema: $\begin{cases} \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{y}} + \frac{3}{\sqrt{z}} = 1 \\ \sqrt{y} - \frac{3}{\sqrt{z}} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \\ \sqrt{z} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 3 \end{cases}$

Calcule o valor de x.y.z

[A] 24 [B] 36 [C] 42 [D] 49 [E] 81

QUESTÃO 03	CQ128

Se $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$, então $x^{1024} + \frac{1}{x^{1024}}$ é igual a:

[A] - 1 [B] 2 [C] 5 [D] 7 [E] 9

QUESTÃO 04	CQ129

Se $x^{x^6} = \sqrt{2^{\sqrt{2}}}$, Calcule o valor da Expressão E=$\frac{x^{36}+1}{x^{12}+1}$

[A] 18 [B] 26 [C] 29 [D] 59 [E] 53

QUESTÃO 05	CQ131

Calcule o valor de x, se $x \in \mathbb{R}$

$(x^2 - x - 3)^2 - x^3 = 17$

[A] $\{-1, 1\}$
[B] $\{-1, 2\}$
[C] $\{-2, 4\}$
[D] $\{2, 3\}$
[E] $\{0, 1\}$

QUESTÃO 06	CQ133

Sabendo que $x \in \mathbb{R}$, calcule o valor de x na expressão $49^x + 119^x = 289^x$.

[A] X≅ 2,123
[B] X≅ 3,313
[C] X≅ 4,241
[D] X≅ 5,341
[E] X≅ 6,161

QUESTÃO 07	CQ 136

Calcule o radical duplo $\left(\sqrt{3+\sqrt{8}} - \sqrt{3-\sqrt{8}}\right)^5$

[A] 16 [B] 32 [C] 42 [D] 56 [E] 1

QUESTÃO 08	CQ 135

Se$H\sqrt{(X-5)(X+6)(X-1)(X+2)+196}$, então R=$\sqrt{H+16{,}25}$, é igual a:

[A] 2x+1
[B] $\frac{x+1}{2}$
[C] x+2
[D] $x + \frac{1}{2}$
[E] 2x-1

Gabarito 11

	1	2	3	4	5	6	7	8
0	C	B	A	E	C	D	B	D

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

Lista 12

QUESTÃO 01	CQ132

Sabendo que x e y são inteiros positivos não nulos $x^2 + 84x + 2008 = y^2$. Então x+y vale:

[A] 32 [B]60 [C] 80 [D] 71 [E] 55

QUESTÃO 02	CQ 137

Sabendo que $x \neq 4$ e $x^2 - 3x - 2\sqrt{x} = 0$, então $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, é:

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 5 [E] 0

QUESTÃO 03	CQ 142

Se x^{12}=x^{10}+8. Então quanto vale x^{15}?

Obs: Derivada de uma função potência $f(x) = x^n = f' = nx^{n-1}$

[A] $990X^8 + 48$
[B] $990X^8 - 48$
[C] $990X^8 + 48X$
[D] $990X^8 - 48X$
[E] $990X^8 + 48X^7$

QUESTÃO 04	CQ 139

Se $\frac{x^2+1}{x} = 4$, então qual p valor de $x^2 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

[A] 66 [B] 64 [C] 54 [D]52 [E] 68

QUESTÃO 05	C2Q216

Calcule o valor da expressão:

E= $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}-2}$

[A] $\sqrt{2}$ [B] $\sqrt{3}$ [C] $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ [D] $\frac{\sqrt{3}}{3}$ [E] $\frac{3}{2}$

QUESTÃO 06	C2Q217

Calcule x se, $6^{X^2} = \sqrt{19 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{67 - 42\sqrt{2}}$
[A] X= $\{-1,1\}$
[B] X= $\{0,1\}$
[C] X= $\{2,3\}$
[D] X = $\{-2,-1\}$
[E] X= $\{-1,0\}$

QUESTÃO 07	C2Q215

Resolva o radical duplo $\sqrt[3]{5 + 2\sqrt{13}}$

[A] $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$
[B] $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$
[C] $\frac{\sqrt{13}}{2}$
[D] $\frac{5+\sqrt{13}}{2}$
[E] $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{2}$

QUESTÃO 08	C2Q214

Sabendo-se que $\sqrt[3]{1342\sqrt{167} + 2005}$, possui a forma $a\sqrt{167} + b$, o valor de a-b é

[A] -2 [B]-1 [C] 0 [D]1 [E] 2

Gabarito 12

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	C	B	A	A	C	A	A	D

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 13

QUESTÃO 01	C1Q190

Sabendo que a solução da equação $S \in \mathbb{R}$. Resolva a equação
$(x^2+3x+6)(x^2+7x+16)=40$

[A] (-1,-4)
[B] (2,-4)
[C] (-1,-3)
[D] (1, 4)
[E] (-2, 4)

QUESTÃO 02	C2Q207

A inequação em que x é um número real
$10^x+10^{x+1}+10^{x+2}+10^{x+3}+10^{x+4}<11111$.
[A]Não tem solução
[B] Tem apenas soluções positivas
[C] Tem apenas soluções negativas
[D] Tem solução positiva e negativa

QUESTÃO 03	C2Q203

Se $x=3037^3-3029^3$, então o valor de
$\sqrt{\frac{x-128}{6}\div 3}$

[A] 2000 [B] 2022 [C] 2023 [D] 2030 [E] 2035

QUESTÃO 04	C2Q204

Se $x+\frac{1}{x}$=99, calcule o valor de $\frac{100x}{2x^2+102x+2}$

[A] 1/3 [B]2 [C] 2/3 [D] 3 [E] 1

QUESTÃO 05	C1Q123

Se $x^2-9x+15=0$, *então* $(x-2)^3+\frac{1}{(x-2)^3}$, *é igual a*:

[A] 99 [B] 110 [C] 121 [D] 125 [E] 136

QUESTÃO 06	C1Q189

Sendo α,β,θ, *as raízes da equação* $2x^3-4x^2$+2x+1 =0. Calcule $\alpha+\frac{1}{\alpha}+\beta+\frac{1}{\beta}+\theta+\frac{1}{\theta}$

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 4

QUESTÃO 07	C1Q49

Calcule $\sqrt{60.61.62.63+1}$
[A] 3781
[B] 3681
[C] 3581
[D] 3481
[E] 3381

QUESTÃO 08

Calcule a soma do complexo $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^7+\frac{1}{\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^7}$

[A] 1 [B] 3 [C] 5 [D] 7 [E] 0

Gabarito 13

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	A	C	B	A	B	A	A	A

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 14

QUESTÃO 01 C2Q218

Se $x = \frac{1+\sqrt{2021}}{2}$. Qual a soma dos algarismos de $(x^3 - 506x - 502)^8$

[A] 6561 [B] 17 [C] 505 [D] 18 [E] 3^6

QUESTÃO 02 C2Q219

Sendo a e b as raízes da equação abaixo, onde $a > b$, $x^{2+x^8} = (21x + 13).x^{21x+7}$. O valor da expressão $E = \frac{a^8+a^4+1}{a^8-3a^5+2a^4}$ é igual a

[A]2 [B]3 [C] $\frac{6a+4}{3a+2}$ [D] $\frac{3a+2}{6a+4}$ [E] $\frac{a+4}{a+2}$

QUESTÃO 03 C1Q138

Resolva a equação $9.16^x + 4.81^x = 13.36^x$

[A]$\{0,1\}$
[B] $\{0,-1\}$
[C] $\{-1,1\}$
[D] $\{-1,-1\}$
[E] $\{1, \ -1\}$

QUESTÃO 04 C1Q155

Considere a e b as raízes da equação abaixo

$$x = \sqrt{5} + \cfrac{1}{\sqrt{5} + \cfrac{1}{\sqrt{5} + \cfrac{1}{\sqrt{5} + \cfrac{1}{\sqrt{5} + \cfrac{1}{\sqrt{5} + \frac{1}{x}}}}}}$$

O valor de $a^4 + b^4$ é:

[A] 32 [B] 39 [C] 47 [D] 53 [E] 1

QUESTÃO 05 C1Q143

Fatorar significa transformar a soma e a subtração de expressão algébrica ou equação em um produto com fatores xp?.

Seja $P = \frac{2x-1}{x^2-x} + \frac{x^2+x+1}{2x^2+x} - \frac{x^2+2}{2x^2-x-1}$

[A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 8 [E] 10

QUESTÃO 06 C2Q2020

Se

$101^x = 2020 \; e \; 20^y = 2020, \; calcule \; o \; valor \; de$

$P = \sqrt{\frac{12x + 24xy + 12y}{10xy - x - y}}?$

[A] 2 [B]4 [C] 6 [D] 8 [E] 10

QUESTÃO 07 C2Q201

Calcule o valor da expressão: $E = \frac{1}{\sqrt[3]{12}+\sqrt[3]{18}+3} - 1$

[A] $\sqrt[3]{18}$
[B]-$\sqrt[3]{18}$
[C] $-\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$
[D] $\sqrt[3]{12}$
[E]$\frac{\sqrt[3]{12}}{3}$

QUESTÃO 08 C2Q202

Calcule o valor da expressão $\sqrt[7]{\frac{5^{16}+5^x}{5^x+5^2}} = 5$

[A] 3 [B] 6 [C] 7 [D] 8 [E] 9

Gabarito 14

	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	A	A	C	A	A	C	E

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 15

QUESTÃO 01	C1Q145

Se . $x^3 + 4x = 8.\ Calcule\ x^7 + 64x^2$

[A]2187
[B] 128
[C] 78125
[D] 256
[E] 16384

QUESTÃO 02	C1Q150

A soma dos algarismos do número $\sqrt{2004.2002.1998.1996 + 36}$ é igual a:

[A] 20 [B] 12 [C] 48 [D] 24 [E] 30

QUESTÃO 03	C1Q151

Calcule o valor de E= $\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \frac{35}{216} + \frac{97}{1296} + \cdots$

[A] $\frac{1}{2}$ [B] $\frac{3}{2}$ [C] $\frac{4}{3}$ [D] $\frac{2}{5}$ [E] 1

QUESTÃO 04	C1Q153

Calcule o valor da expressão:

$\sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45 - 29\sqrt{2}}$

[A] 2 [B] 6 [C]8 [D] 10 [E] 12

QUESTÃO 05	C1Q156

Calcule x, se $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 8x + 19 - \frac{48}{x} + \frac{36}{x^2} = 0$

[A] 1 e 6
[B] 1 e 5
[C] 0 e 1
[D] -1 e -5
[E] -1 e 2

QUESTÃO 06	C1Q157

Calcule o valor da equação exponencial
$2^{2x}.9^x - 2.6^{3x-1} + 4^{2x-1}.3^{4x-2} = 0$

[A] 0 [B] 1 [C]-1 [D] 2 [E] -2

QUESTÃO 07	C1Q158

O Número
$\sqrt{33333333333333333333333333 - 6666666666666}$
[A] $3333333333333\sqrt{6}$
[B] $3333333333333\sqrt{3}$
[C] $333333333333\sqrt{6}$
[D] $666666666666\sqrt{3}$
[E] $66666666666\sqrt{6}$

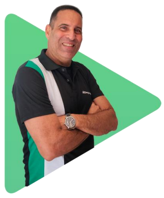
QUESTÃO 08	C1Q159

Se $5^x = 8$ e $25^y = 32$, Calcule o valor de $\frac{x^2-y^2}{yx}$

[A] 11 [B] $\frac{11}{30}$ [C] $\frac{13}{36}$ [D] $\frac{1}{30}$ [E] $\frac{13}{11}$

Gabarito 15

	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	C	B	B	A	B	A	B



EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 16

QUESTÃO 01 C1Q162

Se $x + \frac{1}{x} = 1$, calcule o valor da expressão

$$E = \frac{x^6 + x^3 + 1}{x^4 + x^3 + x^2}$$

[A] 1 [B]-1 [C] $-\frac{1}{2}$ [D] 2 [E] 3

QUESTÃO 02 C1Q163

Se $x^2 - 7x + 13 = 0$, então o valor de $(x-3)^7 + \frac{1}{(x-3)^{13}}$, é igual a:

[A] 1 [B] 2 [C] 4 [D] 6 [E] 8

QUESTÃO 03 C1Q165

Sejam m e n as raízes da equação $x^2 - Kx + 3 = 0$. Sabendo que $m + \frac{1}{n}$ e $n + \frac{1}{m}$, são raízes de $x^2 - ax + b = 0$. Dado que a, b e k ∊ ℝ, então b é igual?

[A] 0
[B] 11/6
[C] 12/5
[D] 16/3
[E] 13/4

QUESTÃO 04 C1Q167

Se $x^4 = 47 - \cfrac{1}{47 - \cfrac{1}{47 - \cfrac{1}{\ddots}}}$, Calcule

$$Q = \sqrt{\frac{x^{10}+x^8+x^6+x^4+x^2+1}{x^5}}$$

[A] 12 [B] 15 [C] 21 [D]23 [E]35

QUESTÃO 05 C1Q168

Calcule o valor do coeficiente de x^{99} no desenvolvimento da expressão

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)\cdots\cdots(x-99)(x-100)$$

[A]-1010
[B] -4950
[C] -5005
[D] -5050
[E] -4851

QUESTÃO 06 C1Q169

Se

$$A = \frac{3}{1.2} + \frac{7}{3.4} + \frac{11}{5.6} + \cdots + \frac{39}{19.20} + \frac{43}{21.22}$$
$$B = \frac{5}{2.3} + \frac{9}{4.5} + \frac{13}{6.7} + \cdots + \frac{41}{20.21} + \frac{45}{22.23}$$

Calcule A-B

[A] 23
[B] 22/23
[C] 25/36
[D] 27/30
[E] 13/11

QUESTÃO 07

O conjunto solução da equação $\left\{\left[5\sqrt{2}+7\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^x$ - $\left\{\left[5\sqrt{2}-7\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^x = 140\sqrt{2}$ é um número:

[A] Divisível por 11
[B]Múltiplo de 13
[C] Composto
[D] primo
[E] Impar

QUESTÃO 08 C1Q171

Sabendo que $x^2 + \frac{1}{x^2} - 4x + \frac{4}{x} + 1 = 0$
Um possível valor de $x^2 - 3x + 5$é:

[A] 1 [B] 3 [C] 4 [D] 6 [E] 8

Gabarito 16

	1	2	3	4	5	6	7	8
	C	A	D	A	D	B	C	D

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 17

QUESTÃO 01	C1Q172

Se $x+\frac{1}{x}=3$, Calcule E=$\left[x^x+\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}\right].\left[x^{\frac{1}{x}}+\left(\frac{1}{x}\right)^x\right]$

[A] 10 [B]20 [C] 30 [D] 50 [E] 70

QUESTÃO 02	C1Q173

Calcule $\sqrt[12]{5(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)(x^6+y^6)+y^{12}}$
$x=3-\sqrt{2}$
$y=2+\sqrt{2}$
[A] 5
[B] $3+\sqrt{2}$
[C] $3-\sqrt{2}$
[D] $2+\sqrt{2}$
[E] $2-\sqrt{32}$

QUESTÃO 03	C1Q174

Na equação $ax^2+bx+c=0$, os coeficientes a, b e c são 2 inteiros e a>0. Sabe-se que uma das raízes é $\frac{2}{5-\sqrt{11}}$. Então, o menor valor de "**a**

[A] 3 [B]5 [C] 7 [D] 9 [E] 11

QUESTÃO 04	Q1Q175

Simplifique $\sqrt{(x^2+2x-4)^2-x(x+2)(x+4)(x-2)}$

[A] 1 [B]2 [C] 3 [D] 4 [E] 11

QUESTÃO 05	C1Q176

Calcule $\sqrt[7]{\frac{5^{16}+5^x}{5^x+5^2}}=5$

[A] 9 [B]11 [C] 13 [D] 14 [E] 15

QUESTÃO 06	C1Q177

Se $x^2-x-1=0$, então $x^8+\frac{1}{x^8}$?

[A] 33 [B]47 [C] 42 [D] 56 [E] 1

QUESTÃO 01	C1Q 178

Calcule $\sqrt{3x^2-5x^4y^4+3y^2+3}$, Sabendo que x=$\sqrt{2}+1$ e y=$\sqrt{2}-1$

[A] 3 [B]4 [C] 2 [D] 6 [E] 1

QUESTÃO 03	C1Q 180

Se define que $f(2x)=f(x)+x-1$ e $f(x-1)=2f(x+5)-x+3$. Calcule $f(12)$

[A] -2 [B]-1 [C] 0 [D] 1 [E] 2

Gabarito 17

	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	C	C	D	A	B	B	B

Degraus

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 18

QUESTÃO 01 CQ 181

A expressão $6\sqrt{50-5\sqrt{75}}-\sqrt{128-16\sqrt{48}}$ Está na forma $a(\sqrt{b}-\sqrt{c})$ com a, b inteiro e a maior possível. Nesse caso, o valor de a+b+c

[A] 18 [B]19 [C] 20 [D] 21 [E] 22

QUESTÃO 02 C1Q 179

Calcule a soma das raízes

$$\left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^{x-10}=\left(2\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^{x-10}$$

[A] 10 [B]8 [C] 15 [D] 20 [E] 21

QUESTÃO 03 CQ 182

Se $\frac{1}{a+319}=\frac{27}{73}$, enão o valor de $\frac{3}{a+320}$ será igual a:

[A] $\frac{27}{74}$
[B] $\frac{81}{84}$
[C] 1,17
[D] 0,17
[E] 0,81

QUESTÃO 04 C1Q 183

Se

$$x=\sqrt{8+2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{8-2\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$

Então x é igual a:

[A] $\sqrt{10}+\sqrt{2}$
[B] $2\sqrt{5}+2$
[C]4
[D] $2\sqrt{5}-2$
[E] $\sqrt{10}-\sqrt{2}$

QUESTÃO 05 C1Q 184

Se $\frac{a}{b}=5+\sqrt{24}$, calcule x.

$$x=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{2b}}{\sqrt{b}}$$

[A] $\sqrt{5}$
[B] $-\sqrt{3}$
[C] $\sqrt{3}$
[D] $-\sqrt{5}$
[E] $\sqrt{2}$

QUESTÃO 06 C1Q 185

Sabendo que $a^4+a^3+a^2+a+1=0$. Determine o valor de $a^{2000}+a^{2001}+1$

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

QUESTÃO 07 C1Q186

Determine o valor de $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{10}+\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{10}$

[A] 36 [B] 54 [C] 79 [D] 84 [E] 123

QUESTÃO 08 C2Q2021

Calcule o valor da expressão abaixo:

$$\begin{cases} x+\dfrac{49}{x+48}=-34 \\ (6x+247)^{5050}+\dfrac{49}{(6x+247)^{5050}}=? \end{cases}$$

[A] 20 [B] 50 [C] 60 [D] 65 [E] 70

Gabarito 18

	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	D	E	A	E	C	E	B

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 19

QUESTÃO 01 C1Q188

Calcule x se $x > 0$

$$X=\sqrt{2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{16\sqrt{32\ldots\ldots\ldots.}}}}}$$

[A] 2 [B] 4 [C] 8 [D] 9 [E]32

QUESTÃO 02 C1Q 193

Se $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, então x^{12} é igual a?

[A] $116 + 90\sqrt{5}$
[B] $60 + 70\sqrt{5}$
[C] $156 + 45\sqrt{5}$
[D] $161 + 72\sqrt{5}$
[E] $6 + 2\sqrt{5}$

QUESTÃO 03 C1Q 194

Se $5^x = 7^y = 1225$, então $\frac{xy}{x+y}$?

[A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6

QUESTÃO 04 C1Q 120

A equação
$(x+1)(x^2+1)(x^3+1) = 30x^3$admite as raízes $\frac{a\pm\sqrt{b}}{c}$, tal que a+b+c é igual :

[A] 8 [B] 9 [C] 10 [D] 11 [E] 12

QUESTÃO 05 C1Q 54

Sabendo que
$P(x) = (x^3+1)(x^7+1)(x^{11}+1)\ldots(x^{99}+1)$
[A] 1273
[B] 1274
[C] 1275
[D] 1276
[E] 1277

QUESTÃO 06 C2Q222

Considere a função $f(x) = \frac{1}{2x+2}, x \neq -1.$
Se $f(-2+a) + \frac{1}{5} = f(-a)$, então
$f\left(\frac{a}{2} - 1\right) + f(4+a)$ é:

[A] 1
[B] 0,75
[C] 0,5
[D] 0,25

QUESTÃO 07 C2Q223

Determine o menor valor da função
$f(x) = x^2 + \frac{4}{\sqrt{x}}$, com $x > 0.$

[A] 0 [B] 1 [C] 3 [D] 5 [E] 2

QUESTÃO 08

Se $(1-x)f(x) + 3f(1-x) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.
Calcule $f(x)$.

[A] $\frac{X^2-X+9}{2X^2+9}$
[B] $\frac{-2X^2-X+9}{X^2-X+9}$
[C] $\frac{-2X^2-7X+9}{X^2-X+9}$
[D] $\frac{-2X^2-X+9}{X^2+X+9}$

Gabarito 19

	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	D	A	C	C	D	B	C

Logaritmos

Logaritmo nada mais é do que um **expoente** ao qual se deve elevar uma base para se obter outro número chamado de **logaritmando.**

Qual a solução da equação $2^x = 3$? Dizemos que x é Logaritmo de 3 na base 2.

Definição Geral

Se $a, b \in R$, $a > 0$ e $b \neq 1$, então:

Logaritmo

$$\log_b a = x \leftrightarrow b^x = a$$

Base — Logaritmando

Consequências da Definição

$\log_b a = \log_b c \leftrightarrow a = c$	$\log_b 1 = 0$	$\log_a a = 1$	$a^{\log_a b} = b$

Propriedades

Logaritmo do Produto	Logaritmo do Quociente	Logaritmo da Potência
$\log_b a.c = \log_b a + \log_b c$	$\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c$	$\log_b a^m = m.\log_b a$

Mudança de base	Consequência (1)		
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	$\log_{b^m} a = \frac{1}{m}.\log_b a$	$\log_b a = \log_c a.\log_b c$

Lembrete: $log_a^b = x$, onde $\begin{cases} b = logaritimando \\ a = base \\ x = expoente \end{cases}$ $\quad C.E \begin{cases} b > 0 \\ 1 \neq a > 0 \end{cases}$

#Log é uma correlação de duas estruturas que vai resultar em um número $log_a^b = x \therefore a^x = b$
Ex: $log_3^9 = x \therefore 3^x = 9 \therefore 3^x = 3^2$

PROPRIEDADES:

Soma (Bases iguais)

$$\underbrace{log_a^b + log_a^c}_{propriedade\ associativa} = \overbrace{log_a^{(b.c)}}^{propriedade\ comutativa}$$

OBS: na subtração de logaritmos, tudo que for positivo vai para o numerador e tudo que for negativo vai para o denominador.

Produto

$$-log_a^b + log_a^c - log_a^d + log_a^e - log_a^f = log_a^{\frac{c.e}{b.d.f}},$$

$log_a^b .\ log_c^a = log_c^b$
Ex: $log_2^3.log_6^5.log_3^2.log_4^6 = log_4^5$ (bizu! Elimina logaritimando e bases iguais)

Divisão
$$\frac{log_c^a}{log_c^b} = log_b^a$$
Ex: $log_4^{16} = \frac{log_c^{16}}{log_c^4} = \frac{log_{16}^{16}}{log_{16}^4} = \frac{1}{log_{16}^4}$

POTENCIAÇÃO

1) $log_a^{b^\alpha} = \alpha log_a^b$
Ex: $log_3^9 = log_3^{3^2} = 2log_3^3 = 2$
2) $log_{a^\alpha}^b = \frac{1}{\alpha} log_a^b$
Ex: $log_9^3 = log_{3^2}^3 = \frac{1}{2} log_3^3$
3) $log^\alpha{}_a^b = (log_a^b)^\alpha$
Ex: $(log_3^x)^2 + 5log_3^x + 6 = 0$

Importante:
1) $log_a^a = 1$
2) $log_a^1 = 0$
3) $log^a = log_{10}^a$
4) $\ln a = log_e^a$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 20

QUESTÃO 01 | C1Q 196 - AFA

Considere os números A,B e C a seguir:

A= $log_{25}^{27} . log_4^5 . log_3^{\sqrt{2}}$

B=$log_n(log_n^{\sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}})$ n é natural maior que 2

C = $\left(\frac{a}{b}\right)^{\log c} . \left(\frac{b}{c}\right)^{\log a} . \left(\frac{c}{a}\right)^{\log b}$ $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}_+^*$

A correta relação de ordem entre os números A,B e C é:

[A] $A < B < C$
[B] $B < A < C$
[C] $B < C < A$
[D] $C < A < B$

QUESTÃO 02 | CQ 39

Resolva o sistema abaixo e determine o produto dos valores de x.

$$\begin{cases} log^2xy - log^2\dfrac{x}{y} = 8 \\ 2^{logx} = 4^{logy} \end{cases}$$

[A] 10 [B] 10^{-1} [C] 10^2 [D] 1 [E] 0

QUESTÃO 03 | CQ 44

No sistema $\begin{cases} 64^{2a} + 64^{2b} = 40 \\ 64^{a+b} = 12 \end{cases}$. Calcule a + b

[A] $x = \frac{1}{6} log_2^6 + 1$
[B] $x = \frac{1}{6}(\frac{log_{10}^6}{log_{10}^2} + 1)$
[C] $x = \frac{1}{3}(log_2^6 - 2)$
[D] $x = \frac{1}{3}(log^6 + log^2 - 1)$

QUESTÃO 04 | C2CQ 197

Calcule o valor numérico da expressão

$$a^{\left(\frac{1+log_a^b}{1+log_b^a}\right)} . log_b^7 + b^{\left(\frac{1+log_b^a}{1+log_a^b}\right)} . log_a^3$$

[A] -21 [B] 21 [C] 10 [D] 10/21 [E] 1/21

QUESTÃO 05 | CQ 02

Sendo $l0g2 = a$ e $log3 = b$.
Determine o valor de x na equação $2 . 9^x + 15 . 4^x = 13 . 6^x$, em função de a e b, com $x \neq 1$.

[A] $\frac{a-1}{a+b}$
[B] $\frac{a-2}{b-2}$
[C] $\frac{a-1}{b-2}$
[D] $\frac{1-a}{b-a}$
[E] $\frac{1-a}{a+b}$

QUESTÃO 06 | C1Q 03

Dado a soma

$$S = log_2^{\sqrt{3}} + log_2^{\sqrt[4]{9}} + log_2^{\sqrt[8]{27}} + log_2^{\sqrt[16]{81}}$$

Determine o item que representa o valor de S.

$[A] 1 < S < 2$

$[B] 3 < S < \frac{3}{2}$

[C] $\frac{2}{3} < S < 4$

$[D] 0 < S < 4$

[E] $2 < S < 4$

QUESTÃO 07 | C1Q 09

Sabendo que M $= \frac{1}{log_2^n} + \frac{1}{log_3^n} + \frac{1}{log_4^n} + \cdots + \frac{1}{log_{2021}^n}$, com $N = (2021\,!)^{400}$. Determine o valor de $\sqrt{3600. M + 7}$:

[A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5

QUESTÃO 08 | CQ 7

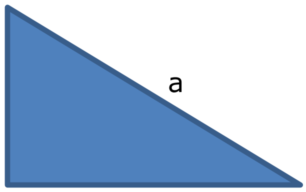
Sabendo que $log_{\frac{11}{10}}^{(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)})^{-n}} = n$, calcule o valor da $\sqrt{1+(log_3^{n^2-19})!}$

[A] 4 [B] 5 [C] 6 [D] 7 [E] 8

QUESTÃO 09 | CQ 32

Sendo b e c nessa ordem a maior e a menor raíz da equação $(log_4^{4x})^2 + \left(log_4^{0,25x}\right)^2 + \left(log_4^{\frac{x}{16}}\right)^2 = 2^{log_8^{125}}$.

Calcule a área de um triângulo que possui catetos $log_4^{c^3}$ e $log_4^{b^2}$.



[A] $\sqrt[3]{5^2}$ua

[B] $\frac{1}{2}$ ua

[C] 1ua

[D] 2ua

[E] 4 ua

Gabarito 20

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	B	D	B	C	D	E	B	C	C

Degraus curso

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO
Lista 21

QUESTÃO 01 | C2Q 198

Sabendo que a equação $x^2 - 6x + n^2 = 0$ possui raízes a e b. Calcule o valor da expressão

$E = log_n^{a^a} + log_n^{a^b} + log_n^{b^a} + log_n^{b^b}$

[A] 4 [B] 6 [C] 12 [D] 9 [E] 36

QUESTÃO 02 | C2Q 199

Sabendo que x_1 e x_2 são raízes da equação $x^2 - 5x + 2 = 0$. Calcule o valor da expressão

$$\frac{1}{log_{x_1+1}^{x_1x_2}} + \frac{1}{log_{x_2+1}^{x_1x_2}}$$

[A] 1 [B] 2 [C]3 [D] 4 [E] 5

QUESTÃO 03 | C1Q 47

Calcule o valor de x que satisfaz

$$log_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{1+\frac{3x}{8}}} + 3log_{\frac{1}{4}}^{\left(1-\frac{3x}{8}\right)} = log_{\frac{1}{16}}^{\left(1-\frac{9x^2}{64}\right)^2} + 2.$$

[A] -2 [B]$-\frac{1}{4}$ [C] $\frac{1}{4}$ [D] 2 [E] 4

QUESTÃO 04 | CQ 48

Calcule o valor de x na equação

$(2x)^{log_5^2} = (3x)^{log_5^3}$

[A] 1/3 [B] 1/4 [C] 1/5 [D] 1/6 [E] 1/7

QUESTÃO 05 | CQ 72

Calcule o valor da Expressão

$log_x^x + log_{\sqrt{x}}^x + log_{\sqrt[3]{x}}^x + \cdots log_{\sqrt[20]{x}}^x$

[A] 208 [B] 209 [C] 210 [D] 211 [E] 212

QUESTÃO 06	C1Q 73

Sabendo que 1, $log_9^{3^{1-x}+2}$, $log_3^{4.3^x-1}$, Estão em PA. Calcule o valor de x.

[A] log_3^4 [C] 1-log_4^3

[B] 1-log_3^4 [D]log_4^3

QUESTÃO 07	C1Q37

Sabendo que $x = 1 + \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots}}}}$.

$y = 1 + \sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots}}}}$

Calcule $log_y^x + log_x^y$:

[A] 1/2 [B] 3/2 [C] 5/2 [D] 4/9 [E] 11/4

QUESTÃO 08	C2Q200

Se $X = log_{2a}^{\overline{bcd}\,2}$, $Y = log_{3b}^{\overline{acd}\,3}$, Z=$log_{4c}^{\overline{abd}\,4}$ e W=$log_{5d}^{\overline{abc}\,5}$.
Determine o valor de N, sabendo que

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} + \frac{1}{w+1} = log_{abcd}^{N} + 1$$

[A] 87 [B]120 [C] 131 [D] 139 [E] 1

QUESTÃO 09	C1Q166

Sabendo que a solução da equação $2^x - 3^x = \sqrt{6^x - 9^x}$ é da forma $\frac{1}{1-log_a^b}$, calcule a+b

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] 5

Gabarito 21

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	C	C	D	D	C	C	C	B	E

Degraus curso

APRENDA CHUTAR NAS PROVAS

Monte o Gabarito:

1º passo: Siga a orientação do Vídeo

CONHECE		A	B	C	D	E
A	1		A			
	2					
B	3		B			
	4					
	5					
D	6				D	
	7					
	8					

Coloque as letras para disputar.

2º passo:

Siga as orientação do Vídeo

	MARQUE LETRA DA COLUNA		MARQUE OUTRA	
	CERTO	ERRO	CRTO	ERRO
A)				
B)				
C)				
D)				
E)				

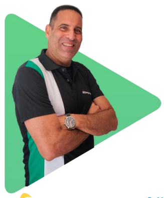
Compare o gabarito oficial da prova com o que você montou.

2º passo: Siga as orientações do Vídeo

Gabarito oficial da prova

1	2	3	4	5	6	7	8
a	c	d	a	e	b	a	d

Obs: Requisito para a técnica funcionar
1° - O aluno precisa marcar 20% de questões certas do certame
2° O candidato precisa ficar na duvida de 2 questões que pretende chutar e uma das duas uma tem que ser a certa.
3° O candidato deve assistir o vídeo Como Chutar nos Concursos.



Degraus

FORMULÁRIO

RELAÇÃO ENTRE AS RAÍZES DA EQUAÇÃO DO 2° GRAUS

1. $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
2. $x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$
3. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-b}{c}$
4. $x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$
5. $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{c}$
6. $x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2-2ac}{a^2}$
7. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{b^2-2ac}{c^2}$
8. $x_1^2 - x_2^2 = \frac{b\sqrt{\Delta}}{a^2}$
9. $\frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = -\frac{b\sqrt{\Delta}}{c^2}$
10. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{3abc-b^3}{a^3}$
11. $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{3abc-b^3}{c^3}$
12. $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = \frac{b^2-3abc-3a^2d}{2a^3}$
13. $x_1^3 - x_2^3 = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2-ac)}{a^3}$
14. $\frac{1}{x_1^3} - \frac{1}{x_2^3} = \frac{\sqrt{\Delta}(b^2-ac)}{c^3}$
15. $M_a = -\frac{b}{2a}$
16. $M_g = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$
17. $M_h = \frac{-2c}{b}$
18. $M_p = \frac{-c}{b}$
19. Mod = 1+$\frac{ac}{(a+b)}$
20. $ac(R+1)^2 = R.b^2$
21. $D_p = \pm\sqrt{\frac{c(a-b)^2}{n}}$
22. $CVR = \frac{-2a}{b}\sqrt{\frac{c(a-b)^2}{n}}$
23. $CHR = \frac{-2b}{c}\sqrt{\frac{a(b-c)^2}{n}}$
24. $CVa = \frac{4\sqrt{\Delta}-b}{2a}$
25. $V_{min} = \frac{-\Delta}{4a}$
26. $Vmax = -\frac{\sqrt{\Delta}}{4a}$
27. $P_R = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
28. $P_I = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
29. $P_{min} = \frac{-b+2\sqrt{\Delta}}{2a}$
30. $P_{max} = \frac{-b-2\sqrt{\Delta}}{2a}$
31. $P_{mr} = \frac{(b+c).a-\sqrt{\Delta}}{n+1}$
32. $P_{mar} = \frac{(b-c).a+\sqrt{\Delta}}{n+1}$
33. $S_{Ma} = \frac{(b+c)-a}{n+1}$
34. $SM_g = \pm\sqrt{\frac{(b+c).a+2\sqrt{\Delta}}{n+1}}$
35. $SM_{gp} = \pm\sqrt{\frac{(b+c)^a.c-4\sqrt{\Delta}}{n+1}}$
36. $S_H = \pm\sqrt{\frac{c}{ab(n+1)}}$
37. S $Gp=\pm\sqrt{\frac{a^b.b^c}{abc(n+1)}}$
38. $S_{ap} = \frac{-c}{ab(n+1)}$
39. $CVH = \frac{-2c}{\sqrt{\Delta}.(ab+n+1)}$
40. $CVP = \frac{-c}{\sqrt{\Delta}.(ab+n-1)}$
41. $CVGP = \pm\sqrt{\frac{a^{b+1}.b^{c+1}}{(a+b+c).(n+1)}}$
42. $\sqrt{x_1 + x_2} = \frac{\sqrt{-ab}}{a}$
43. $\sqrt{x_1 - x_2} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}}{a}}$
44. $\sqrt{x_1 . x_2} = \sqrt{\frac{ac}{a}}$

45. $\sqrt{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}} = \sqrt{\frac{-b}{c}}$

46. $\sqrt{x_1^2+x_2^2} = \sqrt{\frac{b^2-2ac}{a}}$

47. $\sqrt{x_1^2-x_1^2} = \sqrt{\frac{-b\sqrt{\Delta}}{a}}$

48. $\sqrt{\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}} = \sqrt{\frac{-b\sqrt{\Delta}}{c}}$

49. $\sqrt{\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}}{c}}$

50. $\sqrt{x_1^3+x_2^3} = \frac{\sqrt{3abc-b^3}}{a\sqrt{a}}$

51. $\sqrt{\frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3}} = \sqrt{\frac{3abc-b^3}{c\sqrt{c}}}$

52. $\sqrt{x_1^3-x_2^3} = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}.(b^2-ac)}{a\sqrt{a}}}$

53. $\sqrt{\frac{1}{x_1^3}-\frac{1}{x_2^3}}=\sqrt{\frac{\sqrt{\Delta}.(b^2-ac)}{c\sqrt{c}}}$

54. $PGH = c(a+b)^n$

55. $PGhp = a(c-b)^n$

56. $PAh = \frac{c}{(a+b)^n}$

57. $PAr = \frac{a}{(a+b)^n}$

58. $PG = a^n.b^{\frac{n(n-1)}{2}}.\sqrt{c}$

59. PGP=$c^n.b^{n+1}.a^{n+2}$

60. PR=$\frac{(a+b+c)!}{\alpha!\beta!\gamma!}$

61. Mr= $c(a+bn)$

62. Vr=$\frac{a.b.n}{1+cn}$

63. Virra=$\frac{a.b.n}{1-cn}$

64. VMr= $(abc+1)^n+1$

65. $Vra = (abc+1)^{n+1}-1$

66. $VRi = (a.b.c-1)^{n-1}+1$

67. $V_{MexPo} = \sqrt[n]{\frac{(a+b+c)}{a.b.c}}$

Nomenclatura das formulas:

PR – Produto Racional das raízes;

PI: Produto Irracional das raízes

PMR: Produto médio das raízes;

SMA: Soma média aritmética das raízes;

SGM: Soma geométrica média das raízes;

SMGP: Soma média geométrica ponderada das raízes;

SH: Soma harmônica das raízes;

SG: Soma geométrica as raízes;

SGP: Soma geométrica ponderada as raízes;

SHP: Soma harmônica ponderada das raízes;

CVH: Coeficiente de variação harmônica das raízes;

CVP: Coeficiente de variação harmônica das raízes;

CVP: Coeficiente de variação ponderada das raízes;

CVGP: Coeficiente de variação geométrica ponderada das raízes.

M S P: Máxima soma ou subtração possível.
M S P: Máxima produto possível.

Degraus